

# Sistematización del trabajo con sistemas de ecuaciones y problemas.

## Aspectos teóricos importantes.

Para resolver sistemas de ecuaciones, se estudiaron en la escuela los métodos de sustitución y reducción, los cuales deben ser dominados por todos los estudiantes.

Lo esencial que debe lograr el profesor en estas clases, es que sus alumnos resuelvan sistemas lineales de tres ecuaciones con tres incógnitas y las utilicen en la solución de problemas. Deben además comprender el significado geométrico de los sistemas lineales de dos ecuaciones con 2 incógnitas y de los cuadráticos, que también deben poder resolver.

En la vía metodológica que se utilice es importante, de nuevo, destacar el hecho de que los procedimientos de solución de los tipos de sistemas que se van a repasar, siempre consisten en transformarlos a ecuaciones lineales en una variable, o cuadrática en el caso de los sistemas cuadráticos.

También, a modo de profundización, se debe lograr que los alumnos comprendan la relación que existe entre los coeficientes del sistema lineal de dos con dos y el conjunto solución (vacío, unitario o infinito).

En los sistemas cuadráticos se debe insistir en el significado geométrico y con esto se puede aprovechar la oportunidad para repasar el trabajo con las ecuaciones y la representación gráfica de las secciones cónicas.

**Los problemas deben presentarse después de haber sistematizado las ecuaciones y los sistemas, para que el alumno en la fase de búsqueda de la vía de solución tenga que determinar si se trata de una ecuación o de un sistema, por otra parte todos los problemas que se puedan resolver por varias vías debe estimularse para que esto sea posible.**

Ejemplos de tipos de problemas que no debe dejar de discutirse

1. Sea el sistema de ecuaciones

$$(I) \quad x+y=6$$

$$(II) \quad 2x+ay=20; \quad x \in \mathbb{R}, y \in \mathbb{R}, a \in \mathbb{R}.$$

- Halla la solución del sistema de ecuaciones en dependencia de  $a$ .
- Indica para qué valores de  $a$ , el sistema no tiene solución.
- Indica para que valor de  $a$ , el sistema tiene la solución  $S = \{(-2; 8)\}$
- Escribe un sistema de ecuaciones particular y haz la prueba correspondiente, gráfica y analíticamente.

2. Pedro y María visitaron una granja donde se crían gallinas y cerdos. Pedro observó que en total había 19 cabezas, mientras que María precisó que en total tenían 60 patas. ¿Cuántas gallinas y cuántos cerdos había en esa granja que visitaron?.

A continuación se mostrará mediante la solución de este problema, las diferentes vías que existen y se pueden utilizar en la escuela para resolver problemas.

### 1. El método pictórico.

Este incluye el uso de figuras, dibujos o diagramas, como medio para representar el problema. El estudiante puede dibujar a los animales o representarlos mediante un diagrama y usar esto como referencia para aumentar la cantidad o eliminar de acuerdo a las condiciones del problema.

2. **El método de ensayo y error.** Este método puede ser usado originalmente por el estudiante. Además, puede incluir varias direcciones de acuerdo con el tipo de ensayo que se seleccione. Por ejemplo, el estudiante puede usar:

2.1. **Un método de intercambio**, en el cual fija un número determinado de cerdos o gallinas y los comienza a intercambiar de acuerdo al número de patas. Así el estudiante puede comenzar con, por ejemplo 15 cerdos y calcular el número de patas, ir disminuyendo el número de cerdos y sustituyéndolo por 2 gallina cada cerdo. Repitiendo este procedimiento se llega a la solución del problema.

2.2. **Un método de conteo** puede iniciarse con cualquier número de gallinas y cerdos, por ejemplo 10 gallinas y 9 cerdos, se tienen entonces  $20+36=56$  patas, luego faltan 4. Entonces la siguiente selección puede ser 9 gallinas y 10 cerdos lo que reporta  $18+40=58$  patas; la próxima selección da la respuesta.

2.3. **La construcción de una tabla** puede ayudar a os estudiantes a encontrar la solución. Por ejemplo, iniciando con los números extremos, sólo gallinas o sólo cerdos, y tomando en cuenta la información se puede generar una tabla como la siguiente.

Gallinas	Cerdos	Patas
19	0	36
0	19	76
10	9	56
8	11	60

3. **El método de correspondencias.** La idea es pensar en una correspondencia entre el número de patas y cabezas. Dos formas similares ilustran este procedimiento.

3.1. Supongamos que las gallinas se sostienen sólo en una pata y los cerdos en dos. Ahora existen la mitad de las patas pisando tierra, es decir 30 patas. En este número la cabeza de una gallina se cuenta solamente una vez, mientras que la cabeza de los cerdos se cuentan 2 veces. Restándole a 30 el número de cabezas (19), nos da el número de cabezas de cerdos. Esto es  $30-19=11$  cabezas de cerdo y 8 gallinas.

3.2. Otra variante del método de correspondencia es el imaginarse que todos los animales se sostienen con 2 patas. Entonces habrá 38 patas tocando tierra y  $(60-38)=22$  patas en el aire. Estas deben ser de cerdos. Como solo 2 patas de cerdos están en el aire, entonces hay 11 cerdos.

4. **Un método semi-algebraico.** Este se puede identificar cuando el estudiante utilice, por ejemplo,  $g = \#$  de gallinas, y  $c = \#$  de cerdos; de aquí puede escribir algo como  $g + c = 19$  o  $g = 19 - c$ . Tomando esto como base el estudiante puede explorar las

posibles combinaciones que satisfacen la expresión en consideración del número de patas

g	19-c	2(g) +4(19-c)	Patas
4	19-4	2(4)+4(15)=	68
6	19-6	2(6)+4(13)=	62
8	19-8	2(8)+4(11)=	60

5. **El método algebraico**, que puede tener dos variantes, mediante un sistema de dos ecuaciones con dos variables o mediante una ecuación lineal.

Sistema	Ecuación
(I) $x+y=19$	$2x+4(19-x)=60$
(II) $x+4y=60$	

Por último, no deben faltar los ejercicios de aplicación sobre esta temática, que son los que se presentan en la práctica y es necesario resolver ecuaciones o sistemas para hallar su solución. Para su elaboración es necesario tener en cuenta algunos consejos prácticos como los siguientes.

- Basarse en datos reales, ya sea al nivel nacional, provincial, municipal o local.
- En el caso de situaciones creadas a partir de la realidad del propio centro donde se imparten clases, estas deben dar respuestas a una necesidad palpable.
- Utilizar las potencialidades del ahorro de electricidad y combustible, PAEME, para la elaboración de este tipo de ejercicios.

### Orientaciones para el estudio independiente.

Hacerle un análisis parecido al realizado en clases, donde se destaquen los diferentes métodos de solución de problemas, al ejercicio 18, pág. 55 del LT de 12 grado, segunda parte y analice lo que a continuación aparece tomado de *DIDÁCTICA Y RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS*. Dr. Luis Campistrous Pérez.

...este estado de cosas es responsable de que el tratamiento de los problemas en la escuela produzca efectos quizás contrarios a los que se espera y que se ilustran muy bien con el resultado obtenido en Suiza al proponer a un grupo de alumnos de cuarto grado, el problema siguiente:

**Un pastor tiene 125 ovejas y 5 perros, ¿qué edad tiene el pastor?**

Excepto uno que dijo que no se podía hacer, todos los alumnos "resolvieron" el problema. Dentro de estos alumnos se profundizó mediante entrevistas, cuál había sido la estrategia utilizada por una alumna que estaba convencida que había actuado correctamente. La alumna en cuestión "probó todas las posibles operaciones con los datos y escogió la respuesta más racional para ella":  $125:5 = 25$  ¡Sí!. **Esa sí puede ser la edad del pastor.**

### Ejemplos de problema

En un cierto país para pasar un telegrama hay que pagar una cantidad fija por las 10 primeras palabras y una cantidad adicional por cada palabra por encima de las 10. Si por 15 palabras se pagaron \$11.65 y por 19 palabras se pagó \$14.57, ¿cuál es el precio fijo y cuál es el precio de cada palabra adicional?