Sistematización sobre cálculo de perímetros, áreas y volúmenes.

Este contenido es fundamentalmente de cálculo geométrico y lo fundamental es lograr en las clases que los estudiantes calculen el perímetro y el área de figuras planas, así como el volumen, el área lateral y el área total de cuerpos elementales o que puedan descomponerse en elementales por adición o sustracción.

Los alumnos disponen de las fórmulas necesarias en el Memento, por lo que puede indicarse previamente su estudio y después discutir las diferentes vías de solución (sin dar datos numéricos), sino precisando qué formulas hay que utilizar, qué datos se necesitan, etc.

La fijación de las fórmulas de cálculo no sólo incluye la ejercitación y la aplicación, sino que requiere también la profundización y sistematización. Los ejercicios para la profundización pueden combinarse con la ejercitación del pensamiento funcional, para lo cual son apropiados ejercicios como los siguientes.

1. En una circunferencia se duplica el radio. ¿En qué forma varían el perímetro y el área?
2. ¿En qué forma varían el área total y el volumen de un ortoedro cuando las longitudes de sus aristas se reducen a la mitad?
3. ¿ Qué fórmula del área se obtiene si en $A = \frac{a+c}{2}h$ se hace

a) $a = c$
b) $c = 0$
c) $a = c = h$?

4. ¿Para qué valores de r, R, h se obtiene la fórmula para el área total del cono, el área total del cilindro, el área del anillo circular y el área del círculo; a partir de la fórmula para el área lateral del cono truncado

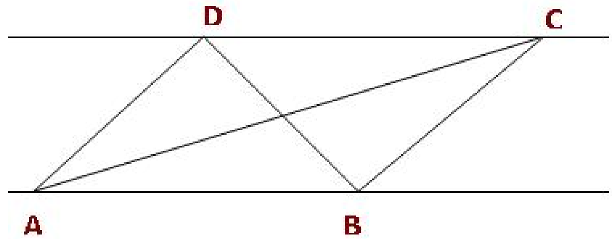
$$A = \pi(R+r)\sqrt{(R-r)^2 + h^2}$$

5. Demuestre que el área de todo triángulo rectángulo ABC, se puede calcular mediante la fórmula $A = \frac{1}{2}c^2 \operatorname{sen}\alpha \cos\alpha = \frac{1}{4}c^2 \operatorname{sen} 2\alpha$
6. El área de un triángulo ABC satisface la relación $A=a^2-(b-c)^2$. Halle $\tan\frac{\alpha}{2}$
7. Prueba que la suma de las distancias de un punto cualquiera interior a un triángulo equilátero es constante e igual a la altura.

8. Conservando la base de un cono de 5,0 cm de radio y 30 cm de altura, se obtuvo otro cono desperdiciando 471 cm^3 de su material. ¿En cuántos cm disminuyó la altura de 1er cono?

Ejercicio. 31. Pág. 117. Libro de texto de 12 grado 2da parte.

9. En la siguiente figura cuál de los dos triángulos ABC, o ABD tiene mayor área. Justifique Su respuesta sabiendo que $r_{AB} \parallel r_{DC}$.



Con la sistematización se debe perseguir como principal objetivo el comparar y contraponer el poder y el saber matemático, con lo cual se adquieren conocimientos profundos.

Como ejemplo se puede establecer la relación entre la longitud de la circunferencia y el área del círculo, así como entre el área del círculo y el volumen de la esfera.

- Longitud de la circunferencia: $L = 2\pi r$
- Área del círculo: $A = \pi r^2$, o sea, $A = \frac{L}{2} r$
- Área total de la esfera: $A_T = 4\pi r^2$
- Volumen de la esfera: $V = \frac{4}{3}\pi r^3$, o sea, $V = \frac{1}{3} A_T r$

Por lo tanto se puede llegar a las siguientes conclusiones.

1. El área de un círculo es igual al área de un triángulo, cuya base es igual a la longitud de la circunferencia y la atura es igual al radio de la circunferencia.
2. El volumen de una esfera es igual al volumen de una pirámide, cuya área de la base es igual al área total de la esfera y cuya altura es igual al radio de la esfera.

Por último, es importante tener en cuenta que el tratamiento del perímetro, el área y el volumen requiere de la aplicación de varias directrices en la enseñanza de la Matemática, entre las que se destacan, variables, ecuaciones, geometría, dominios numéricos, funciones, trigonometría, etc.

EJERCICIO PARA DISCUTIR EN CLASES

Ejercicio 16. Página 223. Libro de texto de 9no grado.

En una probeta de 709 cm^3 de volumen y que contiene 601 cm^3 de agua se introduce una esfera de hierro de 30 mm de radio, de forma tal que se sumerge completamente en el agua.

a) ¿Cuál es el volumen de la esfera?
b) Compruebe mediante el cálculo si al introducir la esfera, se derrama parte del agua contenida en la probeta.

Se puede reelaborar este problema de modo que haya que aplicar la ley de los senos, el teorema de Pitágoras, o sistema de ecuaciones.