LAS OLIMPIADAS DE MAYO

Durante algunas discusiones informales entre varios colegas iberoamericanos, se planeó la posibilidad de crear una ***Federación Iberoamericana de Competiciones de Matemáticas***. Afortunadamente, los colegas argentinos tomaron la iniciativa y a finales de 1994 se creó dicha Federación. Su primera actividad fue la organización de un concurso en dos niveles: para estudiantes de *menos de 13 años* y *de menos de 15 años*, que se pensó para fomentar el estudio de las matemáticas en alumnos muy jóvenes. Además este concurso no podía ser costoso ya que los recursos de los paises iberoamericanos son en general, escasos. Se planeó un concurso por correspondencia y se tomó como modelo inicial la Olimpiada de Matemáticas de la Cuenca del del Pacífico (APMO), que dentro de los concursos a larga distancia era el prototipo a seguir. Así, en año pasado en el mes de mayo, se llevó a cabo la ***I Olimpiada de Mayo***. Este evento despertó mucho interés y basta destacar que en Bolivia presentaron el examen quinientos jóvenes. Esta es una muestra más de lo exitosa que puede llegar a ser la cooperación iberoamericana.

(Federación Iberoamericana de Competiciones de Matemáticas)

OLIMPIADAS DE MAYO

I OLIMPIADA DE MAYO

PRIMER NIVEL
Mayo, 1995

Problema 1.

La Comisión Directiva de una sociedad secreta está formada por cuatro personas. Para admitir nuevos socios se rigen por los siguientes criterios:

- votan solamente los 4 integrantes de la Directiva, pudiéndolo hacer de tres formas: a favor, en contra o absteniéndose.
- cada aspirante debe obtener por lo menos dos votos a favor y ninguno en contra.

En la última reunión de la Directiva, se consideraron 8 solicitudes de ingreso. Del total de votos emitidos, resultaron 23 votos a favor, 2 votos en contra y 7 abstenciones.
¿Cuál es la mayor y cuál la menor cantidad de solicitudes que pudieron ser aceptadas en esta ocasión?

Problema 2.

Julia tiene 289 monedas guardadas en cajas. Todas las cajas tienen la misma cantidad de monedas (que es mayor que 1) y en cada caja sólo hay monedas de un mismo país.
Las monedas de Bolivia son más del 6 % del total, las de Chile más del 12 %, las de México más del 24 % del Total y las del Perú más del 36 % del total. ¿Puede tener Julia alguna moneda de Uruguay?.

Problema 3.

Rodolfo y Gabriela tienen 9 fichas numeradas del 1 al 9 y se entretienen con el siguiente juego:
Sacan alternadamente 3 fichas cada uno, con las siguientes regla:

- Comienza el juego Rodolfo, eligiendo una ficha y en los turnos siguientes debe tomar, cada vez, una ficha tres unidades menor que la última que sacó Gabriela.
- Gabriela, a su vez, elige la primera ficha y en los turnos siguientes debe tomar cada vez una ficha 2 unidades menor que la última que ella misma sacó.
- Gana el que obtiene el número mayor al sumar sus tres fichas.
- Si el juego no se puede completar, hay empate.

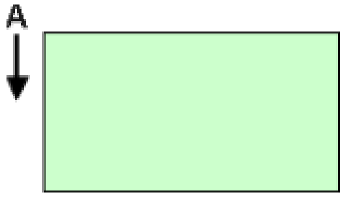
Si los 2 juegan sin equivocarse. ¿cómo debe jugar Rodolfo para asegurarse no perder?

Problema 4.

Tenemos 4 triángulos equiláteros blancos de 3 centímetros de lado y los unimos por sus lados de forma de obtener una pirámide de base triangular. En cada arista de la pirámide marcamos 2 puntos rojos que la dividen en tres partes iguales.
Numera los puntos rojos de forma tal que al recorrerlos en el orden que estos números te indiquen, resulte un camino de la menor longitud posible. ¿Cuánto mide ese camino?

Problema 5.

Una tortuga camina 60 metros por hora y una lagartija lo hace a 240 metros por hora. Ambas parten con la misma dirección desde el vértice A de una pista rectangular de 120 metros de largo y 60 metros de ancho, como lo indica la figura.
La lagartija tiene por costumbre avanzar dos lados consecutivos de la pista, retroceder uno, volver a avanzar dos, volver a retroceder uno y así sucesivamente.
¿Cuántas veces y en qué lugares se encuentra la tortuga y la lagartija mientras la tortuga completa su primera vuelta?



I OLIMPIADA DE MAYO

SEGUNDO NIVEL
Mayo, 1995

Problema 1.

Verónica, Ana y Gabriela situadas en una ronda se divierten con el siguiente juego: una de ellas elige un número y lo dice en voz alta; la que está a su izquierda lo divide entre su mayor divisor y dice el resultado en voz alta; la que está a su izquierda divide este último número entre su mayor divisor primo y dice el resultado en voz alta y así sucesivamente. Ganará aquella que deba decir en voz alta el número 1, momento en que el juego finaliza.
Ana eligió un número mayor que 50 y menor que 100 y ganó.
Verónica eligió el siguiente del que eligió Ana y Gabriela también ganó.
Dar todos los números que pudo elegir Ana.

Problema 2.

El dueño de la ferretería "El tornillo flojo" compró una partida de tornillos en cajas cerradas y los vende sueltos; nunca tiene más de una caja abierta. Al finalizar el lunes quedan 2208 tornillos tipo "A", al finalizar el martes tiene todavía 1616 tornillos tipo "A" y al finalizar el miércoles tiene 973 tornillos tipo "A".
Para controlar a los empleados, todas las noches anota la cantidad de tornillos que hay en la única caja abierta. La cantidad que anotó el martes es el triple de la que anotó el lunes y la cantidad que anotó el miércoles es el doble de la del lunes.
¿Cuántos tornillos trae cada caja cerrada si se sabe que son menos de 500?

Problema 3.

Se considera un primer número de 3 cifras distintas, ninguna de ellas cero.
Intercambiando dos de sus cifras de lugar, se obtiene un segundo número menor que el primero.
Si la diferencia entre el primero y el segundo es un número de dos cifras y la suma del primero y el segundo es un número capicúa menor que 500, ¿cuáles son los posibles capicúas que se obtienen?

Problema 4.

Se considera una pirámide cuya base es un triángulo equilátero BCD y sus caras son triángulos isósceles rectángulos en el vértice común A. Una hormiga sale desde el vértice B, llega a un punto P de la arista CD, desde allí se dirige a un punto Q de la arista AC para retornar al punto B.
Si el camino que realizó es mínimo, ¿cuánto mide el ángulo PQA?

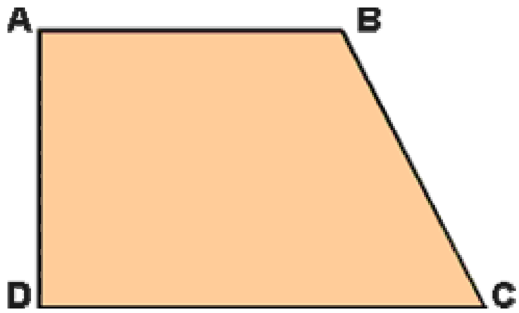
Problema 5.

Tenemos 105 monedas, entre las cuales sabemos que hay tres falsas. Las monedas auténticas pesan todas lo mismo y su peso es mayor que el de las falsas, que también pesan todas lo mismo. Indicar de qué manera se pueden seleccionar 26 monedas auténticas realizando sólo dos pesadas en una balanza de platos.

II OLIMPIADA DE MAYO

PRIMER NIVEL

Problema 1.

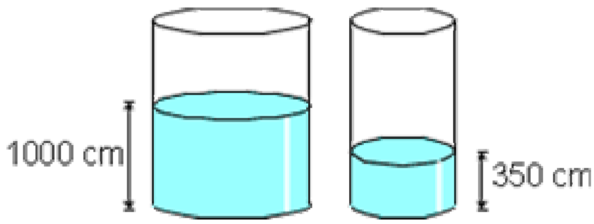


Un terreno (ABCD) tiene forma de trapecio rectangular; el ángulo en A mide 90° y el ángulo en D mide 90°.
AB mide 30 m; AD mide 20 m y DC mide 45 m.
Este terreno se tiene que dividir en dos terrenos de igual área trazando una paralela al lado AD.
¿A qué distancia de D hay que trazar la paralela?

Problema 2.

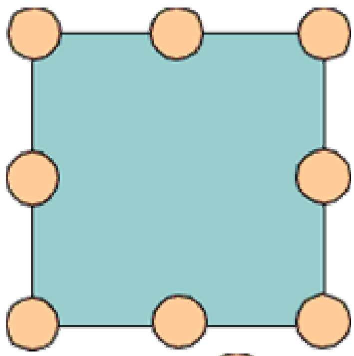
Considerando los números naturales de tres cifras, ¿en cuántos de ellos al sumar dos de sus cifras se obtiene el doble de la restante? Justifique su respuesta.

Problema 3.

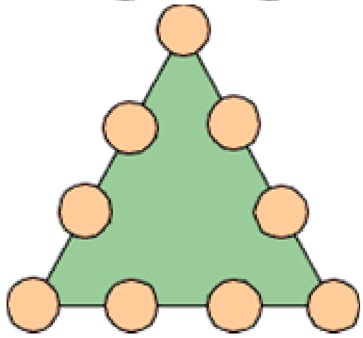


A y B son dos recipientes cilíndricos que contienen agua.
La altura de agua en A es 1000 cm y en B, 350 cm.
Utilizando una bomba, se transfiere el agua desde A hacia B.
Se nota que, en el recipiente A, la altura del agua disminuye 4 cm por minuto y en B aumenta 9 cm por minuto.
¿Después de cuánto tiempo, desde que se comenzó a utilizar la bomba, las alturas en A y en B serán iguales?

Problema 4.



(*a*) En este dibujo, hay tres casillas en cada lado del cuadrado. Ubica un número natural en cada casilla de modo que la suma de los números de dos casillas contiguas sea siempre impar.



(*b*) En este dibujo, hay ahora cuatro casillas en cada lado del triángulo. Justifica por qué no se puede ubicar un número natural en cada casilla de modo que la suma de los números de dos casillas contiguas sea siempre impar.

(*c*) Si dibujas ahora un polígono de 51 lados y en cada lado ubicas 50 casillas, cuidando que en cada vértice haya una casilla. ¿Puedes ubicar un número natural en cada casilla de modo que la suma de los números de dos casilla contínuas sea siempre impar? ¿Por qué?

Problema 5.

En un juego electrónico de preguntas y respuestas, por cada acierto del jugador se le suman 5 puntos en la pantalla, por cada respuesta incorrecta se le restan 2 puntos y cuando el jugador no contesta, no se suma ni se resta puntaje.
Cada partido tiene 30 preguntas.
Francisco jugó 5 partidos y en todos obtuvo la misma cantidad de puntos, mayor que cero, pero la cantidad de aciertos, errores y preguntas no respondidas en cada partido fue diferente.
Dar todos los posibles puntajes que pudo obtener Francisco.

II OLIMPIADA DE MAYO

SEGUNDO NIVEL

Problema 1.

En un rectángulo ABCD, AC es una diagonal. Una recta *r* se mueve paralelamente a AB, formando dos triángulos opuestos por el vértice, interiores al rectángulo.
Prueba que la suma de las áreas de dichos triángulos es mínima, cuando *r* pasa por el punto medio del segmeto AD.

Problema 2.

Uniendo $15^3 = 3375$ cubitos de 1 cm^3 se pueden construir cuerpos de 3375 cm^3 de volumen. Indica como se construyen dos cuerpos de A y B con 3375 cubitos cada uno y tales que la superficie lateral de B sea 10 veces la superficie lateral de A.

Problema 3.

Natalia y Marcela cuentan de 1 en 1 empezando juntas en 1, pero la velocidad de Marcela es el triple que la de Natalia (cuando Natalia dice su segundo número, Marcela dice su cuarto número). Cuando la diferencia de los números que dicen al unísono es alguno de los múltiplos de 29, entre 500 y 600, Natalia sigue contando normalmente y Marcela empieza a contar en forma descendente de tal forma que, en un momento, las dos dicen al unísono el mismo número.
¿Cuál es dicho número?

Problema 4.

Sea ABCD un cuadrado y F un punto cualquiera del lado BC; se traza por B la perpendicular a la recta DF que corta a la recta DC en Q.
¿Cuánto mide el ángulo FQC?

Problema 5.

Se tiene una cuadrícula de 10 x 10. Un "movimiento" en la cuadrícula consiste en avanzar 7 cuadros a la derecha y 3 cuadros hacia abajo. En caso de salirse por un reglón se continúa por el principio (izquierda) del mismo reglón y en caso de terminarse una columna se continúa por el principio de la misma columna (arriba). ¿Dónde se debe empezar para que después de 1996 movimientos terminemos en una esquina?

III OLIMPIADA DE MAYO

PRIMER NIVEL

Problema 1.

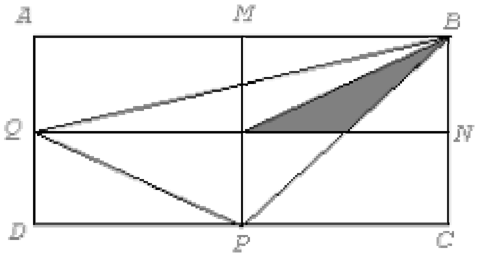
En un tablero cuadrado con 9 casillas (de tres por tres) se deben colocar nueve elementos del conjunto $S=\{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$, diferentes entre sí, de modo que cada uno esté en una casilla y se cumplan las siguientes condiciones:

- Las sumas de los números de la segunda y tercera fila sean, respectivamente, el doble y el triple de la suma de los números de la primera fila.
- Las suma de los números de la segunda y tercera columna sean, respectivamente, el doble y el triple de la suma de los números de la primera columna.

Mostrar todas las formas posibles de ubicar elementos de S en el tablero, cumpliendo con las condiciones indicadas.

Problema 2.

En el rectángulo *ABCD, M, N, P* y *Q* son los puntos medios de los lados. Si el área del triángulo sombreado es 1, calcular el área del rectángulo *ABCD*.



Problema 3.

En un tablero de 8 por 8, se han colocado 10 fichas que ocupan, cada una, una casilla. En cada casilla sin ficha , está escrito un número entre 0 y 8, que es igual a la cantidad de fichas colocadas en sus casillas vecinas. Casillas vecinas son las que tienen un lado o un vértice en común.
Dar una distribución de las fichas que haga que la suma de los números escritos en el tablero sea la mayor posible.

Problema 4.

Joaquín y su hermano Andrés, van todos los días a clase en el autobús de la línea 62. Joaquín paga siempre los boletos.
Cada boleto tiene impreso un número de 5 dígitos. Un día, Joaquín observa que los números de sus boletos, el suyo y el de su hermano, además de consecutivos, son tales que la suma de los diez dígitos es precisamente 62.
Andrés le pregunta si la suma de los dígitos de alguno de los boletos es 35 y, al saber la respuesta, puede decir directamente el número de cada boleto.
¿Cuáles eran esos números?

Problema 5.

Cuando Pablo cumple 15 años, celebra una fiesta invitando a 43 amigos. Les presenta una torta (pastel) en forma de polígono regular de 15 lados y sobre ella 15 velas.
Las velas se disponen de modo que entre velas y vértices nunca hay tres alineados (tres

velas cualesquiera no están alineadas, ni dos velas cualesquiera con un vértice del polígono, ni dos vértices cualesquiera del polígono con una vela).
Luego Pablo divide la torta en trozos triangulares, mediante cortes que unen velas entre sí o velas y vértices, pero que además no se cruzan con otros ya realizados.
¿Por qué, al hacer esto, Pablo pudo distribuir un trozo a cada uno de sus invitados pero él se quedó sin comer?

III OLIMPIADA DE MAYO

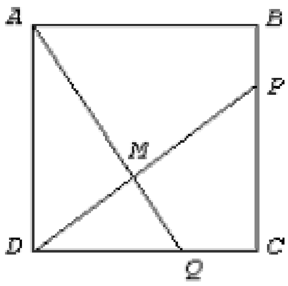
SEGUNDO NIVEL

Problema 1.

¿Cuántos números de siete dígitos son múltiplos de 388 y terminan en 388?

Problema 2.

En un cuadrado *ABCD* de lado *k*, se ubican los puntos *P* y *Q*sobre los lados *BC* y *CD* respectivamente, de tal manera que *PC* = 3*PB* y *QD* = 2*QC*. Si se llama *M* al punto de intersección de *AQ* y *PD*, determinar el área del triángulo *QMD* en función de k.

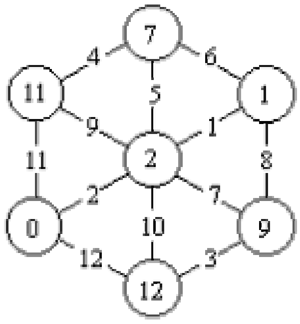


Problema 3.

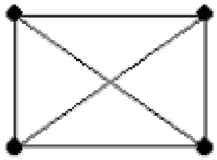
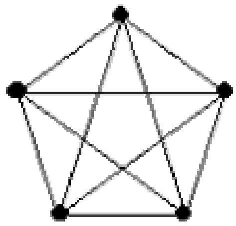
Se tienen 10000 fichas iguales con forma de triángulo equilátero.
Con estos triangulitos se forman hexágonos regulares, sin superposiciones ni huecos. Si se forma el hexágono regular que desperdicia la menor cantidad posible de triangulitos, ¿cuántos triangulitos sobran?

Problema 4.

En las figuras, se señalan los vértices con un círculo. Se llaman caminos a los segmentos que unen vértices. Se distribuyen números enteros no negativos en los vértices y, en los caminos, las diferencias entre los números de sus extremos.
Diremos que una distribución de números es *garbosa* si aparecen en los caminos todos los números de 1 a *n*, donde *n* es el número de caminos.
El siguiente es un ejemplo de distribución *garbosa*:



Dar, si es posible, una distribución *garbosa* para las siguientes figuras. En caso de no poder hacerlo, mostrar por qué.

Problema 5.

¿Cuáles son las posibles áreas de un hexágono con todos los ángulos iguales y cuyos lados miden 1, 2, 3, 4, 5 y 6, en algún orden?

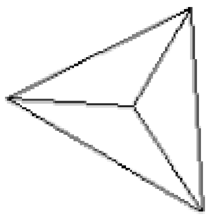
IV OLIMPIADA DE MAYO

PRIMER NIVEL

Sábado, 09 de Mayo de 1998

Problema 1.

Con seis varillas se construye una pieza como la de la figura mostrada:



Las tres varillas exteriores son iguales entre si. Las tres varillas interiores son iguales entre si. Se desea pintar cada varilla de un color de modo que que en cada punto de unión, las tres varillas que llegan tengan colores diferentes.
Las varillas sólo pueden ser pintadas de azul, blanco, amarillo o verde. ¿De cuántas maneras se puede pintar la pieza?

Problema 2.

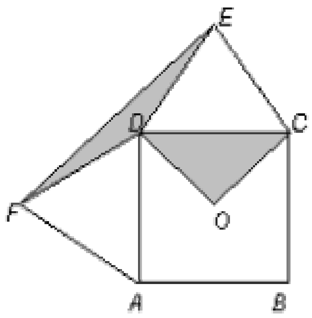
Se tienen 1998 piezas rectangulares de 2cm de ancho y 3cm de largo. Con ellas se armam cuadrados (sin superposiciones ni huecos). ¿Cuál es la mayor cantidad de cuadrados diferentes que se puede tener al mismo tiempo?

Problema 3.

Hay cuatro botes en una de las orillas del río; sus nombres son Ocho, Cuatro, Dos y Uno, porque esa es la cantidad de horas que tarda cada uno de ellos en cruzar el río. Se puede atar un bote a otro, pero no más de uno, y entonces el tiempo que tardan en cruzar es igual al del más lento de los dos botes. Un solo marinero debe llevar todos los botes a la otra orilla. ¿Cuál es la menor cantidad de tiempo que necesita para completar el traslado?

Problema 4.

ABCD es un cuadrado de centro O. Sobre los lados DC y AD fueron construidos los triángulos equiláteros DAF y DCE. Determine si el área del triángulo EDF es mayor, menor o igual al área del triángulo DOC.



Problema 5.

Escoja un número de cuatro cifras (ninguna de ellas igual a cero) y comenzando con él construya una lista de 21 números distintos, de cuatro cifras cada uno, que satisfaga la siguiente regla: después de escribir cada número de la lista se calculan todos los promedios entre dos cifras de ese número, se descartan los promedios que no den un número entero, y con los restantes se forma un número de cuatro cifras que ocupará el siguiente lugar en la lista. Por ejemplo, si en la lista se escribe el número 2946, el siguiente puede ser 3333 ó 3434 ó 5345 o cualquier otro número constituido por las cifras 3, 4 ó 5.

IV OLIMPIADA DE MAYO

SEGUNDO NIVEL

Sábado, 09 de Mayo de 1998

Problema 1.

Ines escogió cuatro dígitos distintos del conjunto {1,2,3,4,5,6,7,8,9}. Formó con ellos todos los posibles números de cuatro cifras distintas y sumó todos esos números de cuatro cifras. El resultado fue 193314. Encuentre los cuatro dígitos que Inés escogió.

Problema 2.

ABC es un triángulo equilátero. N es un punto del lado AC tal que AC = 7.AN, M es un punto del lado AB tal que MN es paralelo a BC y P es un punto del lado BC tal que MP es paralelo a AC. Encuentre la fracción

$$\frac{\acute{a}rea(MNP)}{\acute{a}rea(ABC)}$$

Problema 3.

Dado un tablero cuadriculado de 4x4 con cada casilla pintada de un color diferente, se desea cortarlo en dos pedazos de igual área mediante un corte que siga los lados de las casillas del tablero. ¿De cuantas maneras se puede hacer esto?
Nota: Os pedaços em que se divide o tabuleiro devem ser peças inteiras; não devem ser desconectados pelo corte.

Problema 4.

En las figuras, se señalan los vértices con un círculo. Se O chão do patio tem desenhado um octógono regular. Emiliano escreve nos vértices de este os números de 1 a 8 em qualquer ordem. Deixa uma pedra no ponto 1. Caminha em direção ao ponto 2, e havendo recorrido 1/2 do caminho se detém e deixa a segunda pedra. Daí caminha em direção ao ponto 3, e havendo recorrido 1/3 do caminho se detém e deixa a terceira pedra. Daí caminha em direção ao ponto 4, e havendo recorrido 1/4 do caminho se detém e deixa a quarta pedra. Deste modo segue até que, depois de deixar a sétima pedra, caminha em direção ao ponto 8, e havendo recorrido 1/8 do caminho deixa a oitava pedra.
A quantidade de pedras que ficarem no centro do octógono depende da ordem em que ele escreveu os números nos vértices. Qual é a maior quantidade de pedras que podem ficar no centro?

Problema 5.

El planeta X31 tiene solamente dos tipos de monedas, mas el sistema no es tan malo já que só há quinze preços inteiros para os quais o pagamento não pode ser feito de forma exata (nesses casos deve-se pagar a mais e receber o troco). Se 18 é um dos preços para os quais não se pode fazer pagamento exato, encontre o valor de cada tipo de nota.

V OLIMPIADA DE MAYO

PRIMER NIVEL

Sábado, 08 de Mayo de 1999

Problema 1.

Se eligen 2 números enteros entre 1 y 100 inclusive, tales que su diferencia es 7 y su producto es múltiplo de 5. ¿De cuántas maneras pudo haber sido hecha dicha elección?

Problema 2.

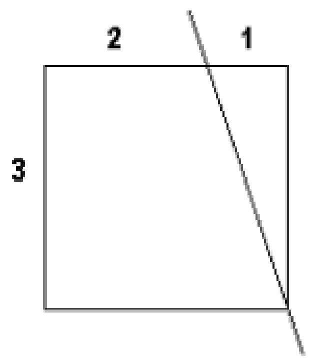
En un paralelogramo ABCD, BD es la diagonal mayor. Al hacer coincidir B y D mediante un doblez se forma um pentágono regular.
Calcular las medidas de los ángulos que forma la diagonal BD con cada uno de los lados del paralelogramo.

Problema 3.

En cada uno de las 10 gradas de una escalera existe una rana. Cada rana puede, de un salto, colocarse en otra grada, más cuando esto sucede, al mismo tiempo otra rana saltará la misma cantidad de gradas en sentido contrario: una sube y otra baja.
¿Conseguirán las ranas colocarse todas juntas en una misma grada?

Problema 4.

Diez cartones cuadrados de 3 centímetros de lado se cortan por una línea, como muestra la figura.



Después de los cortes se tienen 20 piezas: 10 triángulos y 10 trapecios. Forme un cuadrado que utilice las 20 piezas sin superposiciones ni huecos.

Problema 5.

Ana, Beatriz, Carlos, Diego y Emilia juegan un torneo de ajedrez.
Cada jugador enfrenta una vez solamente a cada uno de los otros cuatro jugadores.
Cada jugador consigue 2 puntos si gana una partida, 1 punto si empata y 0 puntos si pierde la partida.

Al finalizar el torneo, las puntuaciones de los 5 jugadores son todas diferentes. Encuentre el máximo número de empates que puede haber tenido el torneo y justifique por que no puede haber habido un número mayor de empates.

V OLIMPIADA DE MAYO

SEGUNDO NIVEL

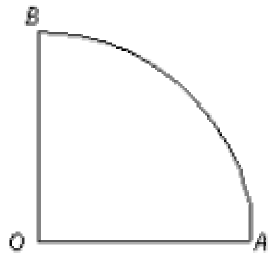
Sábado, 08 de Mayo de 1999

Problema 1.

Um número natural de tres dígitos es llamado *tricúbico* si es igual a la suma de los cubos de sus dígitos. Encuentre todos los pares de números consecutivos tales que ambos sean tricúbicos.

Problema 2.

La figura representa la cuarta parte de un círculo de radio 1



En el arco AB, se consideran los puntos P y Q de forma tal que la recta PQ sea paralela a la recta AB.

Sean X e Y los puntos de intersección de la recta PQ com las rectas OA y OB respectivamente. Calcular $PX^2 + PY^2$.

Problema 3.

La primera fila de la tabla de abajo se rellena con los números del 1 al 10, en orden cresciente.

La segunda fila se rellena con los números del 1 al 10, en algún orden.
En cada casilla de la tercera fila se escribe la suma de los dos números escritos en las casillas superiores.
¿Existe alguna manera de escribir la segunda fila de modo que los dígitos de las unidades de los números de la tercera fila sean todos distintos?

Problema 4.

Sea ABC un triángulo equilátero. M es el punto medio del segmento AB y N es el punto medio del segmento BC.
Sea P el punto exterior a ABC tal que el triángulo ACP es isósceles y rectángulo en P.

PM y AN se cortan en I. Probar que CI es la bisetriz del ángulo MCA.

Problema 5.

Son dados 12 puntos que son los vértices de un polígono regular de 12 lados. Rafael debe trazar segmentos que tengan sus extremos en dos de los puntos indicados.
Está permitido que cada punto sea extremo de más de un segmento y que los segmentos se crucen, más está prohibido trazar tres segmentos que sean los tres lados de un triángulo en el cual cada vértice es uno de los 12 puntos iniciales.
Encuentre el número máximo de segmentos que puede trazar Rafael y justifique por que no es posible trazar un número mayor de segmentos.

VI OLIMPIADA DE MAYO

PRIMER NIVEL

Sábado 13 de Mayo de 2000

Problema 1.

Encuentre todos los números naturales de cuatro dígitos formados por dos dígitos pares y dos dígitos impares tales que, al multiplicarlos por 2, se obtienen números de cuatro dígitos con todos sus dígitos pares y, al dividirlos por 2, se obtienen números naturales de cuatro dígitos con todos sus dígitos impares

Problema 2.

Sea ABC un triángulo rectángulo en A, cuyo cateto AC mide 1cm. La bisectriz del ángulo $\angle$BAC corta a la hipotenusa en R; la perpendicular a AR trazada por R corta al lado AB en su punto medio. Encuentre la medida del lado AB.

Problema 3.

Para escribir todos los números naturales consecutivos desde 1*ab* hasta *ab*2 inclusive fueron utilizados 1*ab*1 dígitos. Determine cuántos dígitos más son necesarios para escribir los números naturais hasta el *aab* inclusive. Diga todas las possibilidades. (*a* e *b* representan dígitos).

Problema 4.

Tenemos piezas con forma de triángulo equilátero de lados 1; 2; 3; 4; 5 y 6 (50 piezas de cada medida).

Se desea armar un triángulo equilátero de lado 7 utilizando algunas de estas piezas, sin huecos ni superposiciones. ¿Cuál es el menor número de piezas necesarias?

Problema 5.

En una fila tenemos 12 cartas que pueden ser de tres tipos: con sus dos caras blancas, con sus dos caras negras o con una cara blanca y la otra negra.
Inicialmente tenemos 9 cartas con una cara negra hacia arriba.
Se dan vuelta las seis primeras cartas de la izquierda y se obtienen 9 cartas con una cara negra hacia arriba.
A continuación, se dan vuelta las seis cartas centrales, obteniendo 8 cartas con una cara negra hacia arriba.
Finalmente, se dan vuelta seis cartas: las tres primeras de la izquierda y las tres últimas de la derecha, obteniendo 3 cartas con una cara negra hacia arriba.
Diga si con esta información se puede saber con certeza cuántas cartas de cada tipo existen en la fila.

VI OLIMPIADA DE MAYO

SEGUNDO NIVEL

Sábado 13 de Mayo de 2000

Problema 1.

El conjunto {1, 2, 3, 4} puede ser dividido en dos subconjuntos A = {1, 4} y B = {3, 2} sin elementos comunes y tales que la suma de los elementos de A sea igual a la suma de los elementos de B. Esa división es imposible para el conjunto {1, 2, 3, 4, 5} y también para el conjunto {1, 2, 3, 4, 5, 6}.
Determine todos los valores de n para los cuales el conjunto de los primeiros *n* números naturales puede ser dividido en dos subconjuntos sin elementos comunes tales que la suma de los elementos de cada subconjunto sea la misma.

Problema 2.

En un paralelogramo de área 1 se trazan las rectas que unen cada vértice con el punto medio de cada lado no adyacente a él. Las ocho rectas trazadas determinan un octógono interior al paralelogramo. Calcule el área del octógono.

Problema 3.

Sea S una circunferencia de radio 2; S_1 una circunferencia de radio 1 tangente interiormente a S en B y S_2 una circunferencia de radio 1 tangente a $S_1$1 en el punto A, pero que no es tangente a S. Sea K el punto de intersección de la recta AB con la circunferencia S, demuestre que K pertenece a la circunferencia S_2.

Problema 4.

Tenemos un cubo de 3 x 3 x 3 formado por la unión de 27 cubitos 1 x 1 x 1. Retiramos algunos cubitos de tal modo que los que permanecen siguen formando un sólido constituído por cubitos que están unidos por lo menos por una cara al resto del sólido. Cuando un cubito es retirado, los demás permanecen fijos en el mismo lugar en que estaban inicialmente.
¿Cuál es el máximo número de cubitos que pueden ser retirados de modo que el área del sólido que resulte sea igual al área del cubo original?

Problema 5.

Un rectángulo puede ser dividido en *n* cuadrados iguales y también puede ser dividido en *n* + 98 cuadrados iguales. Si el área del rectángulo es *n*, con *n* entero, encuentre los lados del rectángulo. Dar todas las posibilidades.