Enunciados de los problemas

Problema 1. En el salón de clase de mi hermanito hay 7 niños más que niñas. Si en su clase hay el doble de niños que de niñas, ¿cuántas compañeras de clase tiene mi hermanito?

(a) 5 (b) 6 (c) 7 (d) 8 (e) 9

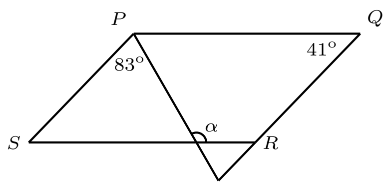
Problema 2. Paty escoge dos números de la lista $-9, -7, -5, 2, 4, 6$ y los multiplica. ¿Cuál es el menor resultado que puede obtener?

(a) -63 (b) -54 (c) -18 (d) -10 (e) 8

Problema 3. Si Carlitos tuviera 24 canicas más tendría el triple de las que tiene ahora. ¿Cuántas canicas tiene Carlitos?

(a) 10 (b) 12 (c) 14 (d) 16 (e) 18

Problema 4. En la figura, $PQRS$ es un paralelogramo. ¿Cuánto vale α?



(a) 139° (b) 138° (c) 124° (d) 98° (e) 97°

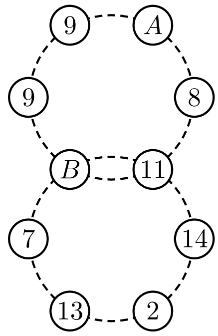
Problema 5. Verónica dibuja flores: una azul, una verde, una roja, una amarilla, una azul, una verde, etc. ¿De qué color es la 29a flor?

(a) azul (b) verde (c) rojo (d) amarillo (e) no se puede saber

Problema 6. La Señora Rodríguez tiene 5 hijas, cada una de ellas tiene 4 hijas y cada una de ellas tiene 3 pequeñas niñas. ¿Cuántas descendientes tiene la Señora Rodríguez?

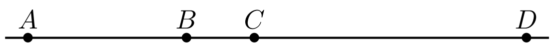
(a) 16 (b) 18 (c) 30 (d) 50 (e) 85

Problema 7. En la figura se escriben números en los lugares de A y B de manera que en cada círculo la suma sea la misma. ¿Qué número debe colocarse en el lugar de A?



(a) 9 (b) 10 (c) 13 (d) 16 (e) 17

Problema 8. En la figura las distancias son: $AC = 10$ m, $BD = 15$ m y $AD = 22$ m. Encuentra la distancia BC.

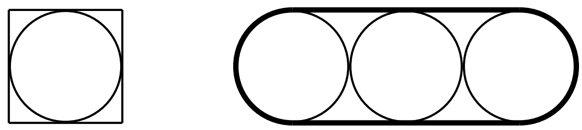


(a) 1 m (b) 2 m (c) 3 m (d) 4 m (e) 5 m

Problema 9. Edgar Rodrigo quiere comprar chocolates. Si comprara 5 chocolates le sobrarían 10 pesos, mientras que para comprar 7 chocolates tendría que pedir prestados 22 pesos. Si sabemos que todos los chocolates cuestan lo mismo, ¿Cuánto cuesta cada chocolate?

(a) 11 (b) 16 (c) 22 (d) 26 (e) 32

Problema 10. El área del cuadrado de la figura es a y el área de cada uno de los círculos es b. ¿Cuánto vale el área encerrada dentro de la línea gruesa?

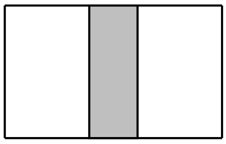


(a) $3b$ (b) $a + b$ (c) $a + 2b$ (d) $3a$ (e) $2a + b$

Problema 11. En un edificio se numeraron todas las puertas de las oficinas utilizando placas que contenían un dígito cada una (por ejemplo, al numerar la 14a puerta se usaron dos placas, una con el número 1 y otra con el 4). Si en total se utilizaron 35 placas, ¿cuántas puertas hay?

(a) 14 (b) 19 (c) 22 (d) 28 (e) 35

Problema 12. La figura representa dos cuadrados que miden 11×11 que se han encimado para formar un rectángulo de 11×18. ¿Cuál es el área de la región sombreada (en la que los dos cuadrados se traslapan)?

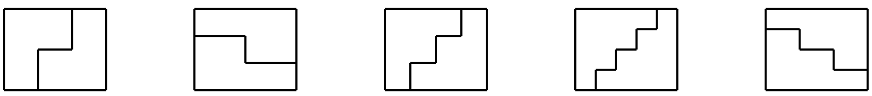


(a) 11 (b) 22 (c) 33 (d) 44 (e) 55

Problema 13. A la mitad de un partido de futbol el Morelia iba ganándole al América con un marcador de 3 goles a 2. Si en el segundo tiempo anotaron 7 goles entre ambos equipos, ¿cuál de los siguientes **NO** pudo ser el resultado del partido?

(a) Empate
(b) América ganó por 2 goles
(c) América ganó por 4 goles
(d) Morelia ganó por 3 goles
(e) Morelia ganó por 2 goles

Problema 14. Un rectángulo de madera de 30cm × 24cm se cortó en dos piezas iguales, de manera que estas piezas puedan reensamblarse para formar otro rectángulo de 40cm × 18cm. ¿Cuál de las siguientes figuras muestra el rectángulo original dividido en las dos piezas?

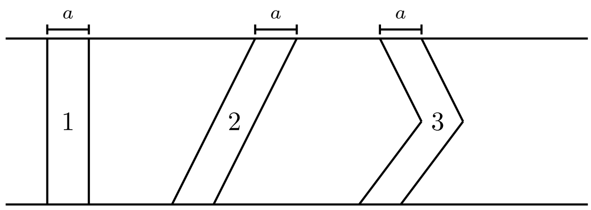


(a) (b) (c) (d) (e)

Problema 15. Un pedazo de papel tiene forma de octágono regular. ¿Cuál es el número máximo de veces que puede doblarse este papel de tal manera que en cada doblez las piezas dobladas empalmen perfectamente una sobre la otra?

(a) 1 (b) 2 (c) 3 (d) 4 (e) 8

Problema 16. En la figura, las bandas 1, 2 y 3 que conectan las dos paralelas tienen la misma anchura horizontal a. ¿Cuál de estas bandas tiene mayor área?

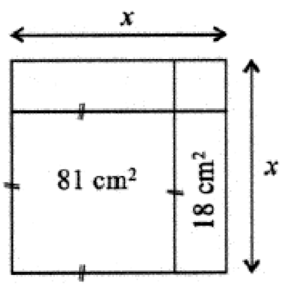


(a) Las tres bandas tienen la misma área
(b) La banda 1
(c) La banda 2
(d) La banda 3
(e) Depende de la medida a.

Problema 17. En un torneo la mitad de los competidores se eliminan en cada ronda (si al principio de la ronda el número de competidores es impar, uno de ellos se selecciona al azar y se queda para la siguiente ronda). Si empiezan 100 competidores, ¿cuántas rondas deben pasar para que quede un ganador final?

(a) 7 (b) 8 (c) 9 (d) 10 (e) 11

Problema 18. ¿Cuánto vale x en la siguiente figura?

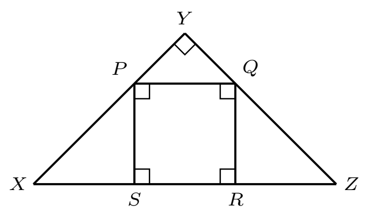


(a) 2 cm (b) 7 cm (c) 9 cm (d) 10 cm (e) 11 cm

Problema 19. Marisa tiene 4 blusas, 3 faldas y 2 pantalones. ¿Cuántas combinaciones distintas puede hacer para vestirse?

(a) 9 (b) 10 (c) 20 (d) 22 (e) 24

Problema 20. El diagrama muestra un triángulo rectángulo isósceles XYZ con un cuadrado $PQRS$ en su interior. Si el área del triángulo XYZ es 1, ¿Cuál es el área del cuadrado $PQRS$?



(a) $\frac{4}{9}$ (b) $\frac{1}{2}$ (c) $\frac{4}{5}$ (d) $\frac{2}{5}$ (e) $\frac{2}{3}$

Problema 21. ¿Cuántos resultados diferentes podemos obtener sumando dos números distintos del conjunto $\{1, 2, 3, \ldots, 10\}$?

(a) 11 (b) 15 (c) 17 (d) 18 (e) 20

Problema 22. Tres amigos fueron a la dulcería. Miguel gastó 29 pesos y compró 1 caramelo y 2 paletas. Humberto gastó 43 pesos y compró 1 caramelo y 2 chocolates. ¿Cuánto gastó David si compró 1 caramelo, 1 paleta y 1 chocolate?

(a) 31 pesos (b) 33 pesos (c) 36 pesos (d) 38 pesos (e) 39 pesos

Problema 23. ¿Cuál de las siguientes es la máxima cantidad de puntos en los que se intersectan 4 líneas?

(a) 2 (b) 3 (c) 5 (d) 6 (e) 7

Problema 24. ¿Cual de las siguientes expresiones es impar para cualquier entero n?

(a) $2003n$ (b) $n^2 + 2003$ (c) n^3 (d) $n + 2004$ (e) $2n^2 + 2003$

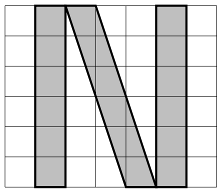
Problema 25. ¿De cuántas formas puedo elegir 7 números del 1 al 9 de manera que al sumarlos el resultado sea un múltiplo de 3?

(a) 9 (b) 10 (c) 11 (d) 12 (e) 13

Problema 26. Cuando a un barril le falta el 30% para llenarse contiene 30 litros más que cuando está lleno hasta el 30%. ¿Cuántos litros le caben al barril?

(a) 60 (b) 75 (c) 90 (d) 100 (e) 120

Problema 27. Si la longitud del lado de cada cuadrito es 1 cm, ¿cuál es el área de la letra N?



(a) 14 (b) 15 (c) 16 (d) 17 (e) 18

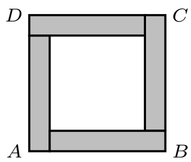
Problema 28. El precio promedio de 5 pinturas era \$6000. Cuando se vendió la más cara de las pinturas el precio promedio de las 4 restantes quedó en \$5000. ¿A cuánto se vendió la pintura más cara?

(a) \$1000 (b) \$2000 (c) \$5500 (d) \$6000 (e) \$10000

Problema 29. Rubén le cambia dos dígitos al número 888 buscando un número de 3 cifras lo más grande posible que sea divisible entre 8. Javier le cambia dos dígitos al número 888 buscando un número de 3 cifras lo menor posible y que sea divisible entre 8. ¿Cuánto vale la diferencia entre ambos números?

(a) 800 (b) 840 (c) 856 (d) 864 (e) 904

Problema 30. El cuadrado de la figura $ABCD$ está formado por 4 rectángulos grises y un cuadrado blanco. Si el perímetro de cada uno de los rectángulos mide 40 cm, ¿cuál es el perímetro del cuadrado $ABCD$?.



(a) 70 cm (b) 75 cm (c) 80 cm (d) 85 cm (e) 90 cm

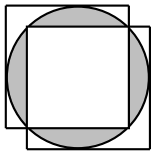
Problema 31. El promedio de estudiantes que ingresaron a una escuela durante los cuatro años del período 1999-2002 fue de 325 estudiantes por año. Si el promedio de ingreso durante los cinco años del período 1999-2003 es 20% más alto, ¿cuántos estudiantes entraron a la escuela en 2003?

(a) 390 (b) 455 (c) 520 (d) 600 (e) 650

Problema 32. Con los números 1, 2, 3, 4, 5, 6 y 7 se forman enteros de dos cifras que sean múltiplos de 3 y de 5. ¿Cuántos enteros distintos se pueden formar?

(a) 0 (b) 1 (c) 2 (d) 3 (e) 4

Problema 33. Dos cuadrados del mismo tamaño cubren a un círculo de radio 3, como se muestra en la figura. ¿Cuánto vale el área sombreada?



(a) $8\pi - 8$ (b) $12\pi - 6$ (c) $9\pi - 25$ (d) $9\pi - 18$ (e) $\frac{6\pi}{5}$

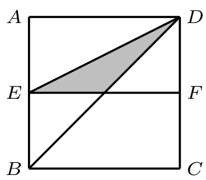
Problema 34. Isabel compró peras, manzanas y piñas (al menos una de cada una). Una pera cuesta una moneda, una manzana cuesta dos y una piña cuesta cuatro (todas las monedas tienen el mismo valor). Si compró 10 frutas y pagó con 16 monedas, ¿cuántas piñas compró?

(a) 1 (b) 2 (c) 3 (d) 4 (e) 5

Problema 35. Entre los papeles del abuelo encontré una nota que dice que por 72 pavos pagó _67.9_ (la primera y la última cifra se borraron con el tiempo). ¿Cuál es la suma de los dígitos faltantes?

(a) 3 (b) 5 (c) 8 (d) 11 (e) 14

Problema 36. En la figura $ABCD$ es un cuadrado, E y F son los puntos medios de AB y CD, respectivamente, y $AB = 1$. ¿Cuál es el área de la región sombreada?

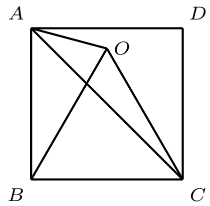


(a) $\frac{1}{4}$ (b) $\frac{1}{5}$ (c) $\frac{1}{6}$ (d) $\frac{1}{7}$ (e) $\frac{1}{8}$

Problema 37. Merlín tocó con su varita mágica un mantel cuadrado y lo convirtió en un mantel rectángular. Sabiendo que dos de sus lados opuestos aumentaron un 25% y que los otros dos se redujeron un 20%, ¿en qué momento el área del mantel fue mayor?

(a) Cuando era cuadrado.
(b) Cuando se convirtió en rectángulo.
(c) Tenía la misma área siendo cuadrado que siendo rectangular.
(d) Depende del área original del mantel.
(e) No puede determinarse ni conociendo el área original del mantel.

Problema 38. En la figura $ABCD$ es un cuadrado y OBC es un triángulo equilátero. ¿Cuánto mide el ángulo $\angle OAC$?

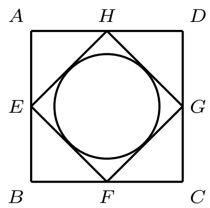


(a) 18º (b) 20º (c) 25º (d) 30º (e) 33º

Problema 39. Manejando por la carretera a velocidad constante encontré una señal que indicaba AB kilómetros (A y B son dígitos). Una hora después apareció la señal con BA kilómetros, y otra hora más tarde encontré la que indicaba $A0B$ kilómetros. Calcula $A+B$.

(a) 3 (b) 4 (c) 5 (d) 6 (e) 7

Problema 40. En la figura $ABCD$ es un cuadrado y E, F, G y H son los puntos medios de sus lados. Sabiendo que el círculo que está inscrito en el cuadrado $EFGH$ tiene área π, ¿cuál es el área de $ABCD$?

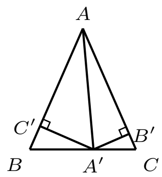


(a) $8-\pi$ (b) 8 (c) 8π (d) $\frac{\pi}{8}$ (e) $8+\pi$

Problema 41. En un jardín del zoológico hay jirafas y avestruces. Si en total hay 30 ojos y 44 patas, ¿cuántas avestruces hay en el zoológico?

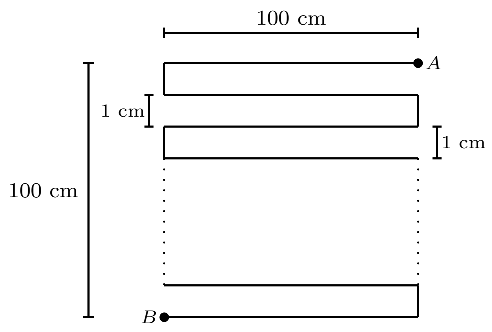
(a) 8 (b) 9 (c) 10 (d) 11 (e) 12

Problema 42. En la figura ABC es un triángulo isóceles de área 1, $AC=2$ y A' es cualquier punto sobre BC. Calcula $B'A'+A'C'$.



(a) 1 (b) $\sqrt{2}$ (c) $\frac{1}{\sqrt{2}}$ (d) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (e) 2

Problema 43. Una hormiga recorre el camino de A a B que se muestra en la figura. ¿Qué distancia caminó la hormiga?



(a) 909 cm (b) 2500 cm (c) 9900 cm (d) 10200 cm (e) 20000 cm

Problema 44. ¿Por cuál de los siguientes números debo multiplicar a 768 para que el resultado tenga la mayor cantidad de ceros al final?

(a) 2500 (b) 3125 (c) 5000 (d) 7500 (e) 10000

Problema 45. Con 6 palitos del mismo tamaño Sara Luz formó primero un hexágono regular y después un triángulo equilátero. ¿Cuántas veces es más grande el área del hexágono que la del triángulo?

(a) $\frac{3}{2}$ (b) 2 (c) $\frac{5}{2}$ (d) 4 (e) $\frac{7}{2}$

Problema 46. El código de barras de un libro está formados por barras blancas y dos tipos de barras negras: anchas y delgadas. Sabemos que el código comienza y termina con barras negras y que hay 3 barras negras anchas menos que barras blancas. ¿Cuántas barras negras delgadas hay?

(a) 1 (b) 2 (c) 3 (d) 4 (e) 5

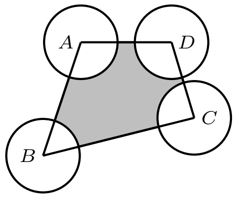
Problema 47. Luis y Mireya corren alrededor de una pista. Cada uno de ellos corre con velocidad constante: Luis corre 5 vueltas en 12 minutos, mientras que Mireya corre 3 vueltas en 10 minutos. Cuando ambos llegaron juntos a la meta por primera vez, Luis se fijó que había pasado una cantidad entera de minutos. Entre los dos ¿cuántas vueltas dieron?

(a) 3 (b) 43 (c) 86 (d) 90 (e) 135

Problema 48. Utilizando muchos cuadritos idénticos entre sí se construyó un mosaico cuadrado de manera que:
I. Las diagonales del mosaico están formadas por 2001 cuadritos azules.
II. Todos los cuadritos que no están en las diagonales del mosaico son rojos.
¿Cuántos cuadritos rojos se utilizaron en el mosaico?

(a) 1000000 (b) 996000 (c) 250000 (d) 1006003 (e) 4002000

Problema 49. En la figura $ABCD$ es un cuadrilátero de área 5. Si los 4 círculos tienen radio 1 y centro en los vértices del cuadrilátero, ¿cuánto mide el área sombreada?



(a) π (b) $\frac{5}{3}$ (c) 4 (d) $5-\pi$ (e) 3π

Problema 50. Ruth escoge dos números del conjunto $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$ y escribe en su libreta el elemento mayor de la pareja que escogió. Después de elegir todas las parejas posibles (sin repetir nunca una pareja), Ruth sumó todos los números que escribió. ¿Cuál es la suma que obtuvo?

(a) 250 (b) 330 (c) 350 (d) 430 (e) 450

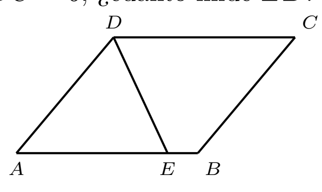
Problema 51. Considere un trapecio $ABCD$ con lados paralelos AB y CD, y M el punto medio de la diagonal BD. ¿Cuál de las siguientes parejas de triángulos podrían tener áreas distintas?

(a) $\triangle MBC$ y $\triangle MDC$ (b) $\triangle ABD$ y $\triangle ABC$
(c) $\triangle ADC$ y $\triangle BDC$ (d) $\triangle AMD$ y $\triangle MBC$
(e) $\triangle MAB$ y $\triangle MAD$

Problema 52. Una jarra contiene un litro de agua y una botella un litro de naranjada. Una medida de naranjada se vacía al agua y se revuelve hasta que se mezcla perfectamente. Después, una medida de la mezcla de la jarra se vierte en la botella. ¿Qué hay más, agua en la botella o naranjada en la jarra?

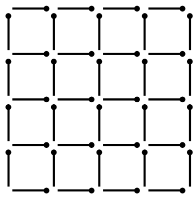
(a) Hay más agua en la botella.
(b) Hay más naranjada en la jarra.
(c) Hay tanta agua en la botella como naranjada en la jarra.
(d) Para determinarlo es necesario conocer la medida.
(e) No puede determinarse ni conociendo la medida.

Problema 53. En la figura $ABCD$ es un paralelogramo y $\angle ADE = \angle EDC$. Sabiendo que $AD = 5$ y $DC = 6$, ¿cuánto mide EB?



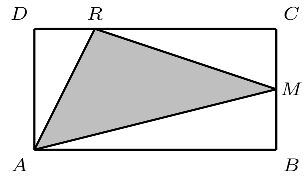
(a) $\frac{1}{2}$ (b) $\frac{2}{3}$ (c) $\frac{3}{4}$ (d) $\frac{4}{5}$ (e) 1

Problema 54. Con cerillos se formó la figura que se muestra. ¿Cuál es la mínima cantidad de cerillos que hay que quitar para que la figura resultante no tenga ningún cuadrado?



(a) 9 (b) 10 (c) 11 (d) 12 (e) 13

Problema 55. En la figura $ABCD$ es un rectángulo de área 32, M es punto medio de BC, $DR = BM$ y $2AD = AB$. ¿Cuál es el área del triángulo ARM?



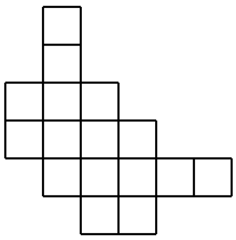
(a) 10 (b) 12 (c) 14 (d) 16 (e) 18

Problema 56. ¿De cuántas formas es posible acomodar los números 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 y 8 en los cuadritos libres de la figura, de forma que los números de la primera fila sean impares y la suma de los números de cada fila y cada columna sea la misma?

	9	

(a) 0 (b) 1 (c) 2 (d) 3 (e) 4

Problema 57. En el tablero de la figura cada cuadrito es de 1×1. Se quiere cubrir el tablero con rectángulos de 2×1 de manera que no haya dos rectángulos que se traslapen y que ningún rectángulo se salga del tablero. ¿De cuántas formas puede hacerse esto?

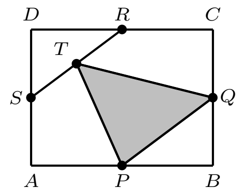


(a) 0 (b) 1 (c) 2 (d) 6 (e) 12

Problema 58. ¿De cuántas maneras se puede escribir el número 400 como producto de dos factores enteros positivos?

(a) 4 (b) 5 (c) 6 (d) 7 (e) 8

Problema 59. En la figura $ABCD$ es un rectángulo, P, Q, R y S son los puntos medios de sus lados y T es el punto medio del segmento RS. Si el área de $ABCD$ es 1, ¿cuál es el área del triángulo PQT?



(a) $\frac{5}{16}$ (b) $\frac{3}{8}$ (c) $\frac{1}{5}$ (d) $\frac{1}{6}$ (e) $\frac{1}{4}$

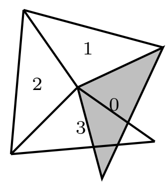
Problema 60. Yola, Tino, David, Gemma y Frank están sentados alrededor de una mesa circular de forma que la distancia entre cada dos vecinos es distinta. Cada uno dice en voz alta el nombre de su vecino más cercano. Si los nombres de Yola y Tino se escucharon dos veces (cada uno) y el de David una vez, ¿cuál de las siguientes afirmaciones es verdadera?

(a) Yola y Tino no son vecinos.
(b) Gemma y Frank no son vecinos.
(c) Gemma y Frank son vecinos.
(d) La situación descrita es imposible.
(e) Ninguna de las anteriores es verdadera.

Problema 61. Guillermo estaba calculando el volumen de una esfera y por error usó el valor del diámetro en lugar del radio. ¿Qué debe hacer con su resultado para obtener el volumen correcto?

(a) Dividirlo entre dos. (b) Dividirlo entre cuatro.
(c) Dividirlo entre ocho. (d) Sacarle raíz cuadrada.
(e) Sacarle raíz cúbica.

Problema 62. Rodrigo tiene muchos triángulos iguales de papel (cada uno con ángulos interiores de 100º, 40º y 40º) y con ellos construye una espiral como se muestra en la figura. El primer triángulo que pone es el triángulo 0 y después va pegando los triángulos $1, 2, 3, \ldots$ sin importar si se sobreponen. ¿Qué número tendrá el primer triángulo que quede exactamente en la misma posición que el triángulo 0?

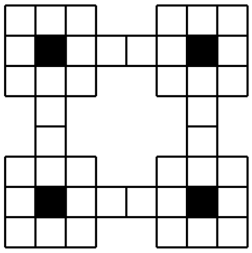


(a) 10 (b) 12 (c) 14 (d) 16 (e) 18

Problema 63. ¿Cuántos enteros positivos n cumplen que al dividir 399 entre n queda 14 de residuo?

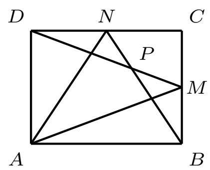
(a) 1 (b) 2 (c) 3 (d) 4 (e) 5

Problema 64. ¿Cuántas formas hay de cubrir todos los cuadritos blancos de la figura con piezas rectangulares de tamaño 2×1 sin que se traslapen y sin que se salgan del tablero?



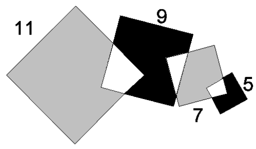
(a) 8 (b) 16 (c) 32 (d) 64 (e) 100

Problema 65. En la figura $ABCD$ es un rectángulo, M y N son los puntos medios de BC y CD, y P es la intersección de DM y BN. Si sabemos que $\angle MAN = 30^o$, ¿cuánto vale $\angle BPM$?



(a) 15^o (b) 30^o (c) 45^o (d) 60^o (e) 70^o

Problema 66. En la figura se muestran 4 cuadrados sobrepuestos con lados que miden 11, 9, 7 y 5. ¿Cuánto vale el área de las regiones grises menos el área de las regiones negras?

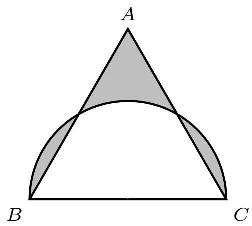


(a) 25 (b) 36 (c) 49 (d) 64 (e) 100

Problema 67. ¿Cuántos enteros n tienen la siguiente propiedad: entre los divisores positivos de n, distintos de 1 y n, el mayor es 15 veces el más pequeño.

(a) 0 (b) 1 (c) 2 (d) Una infinidad (e) Otra respuesta

Problema 68. En la siguiente figura el triángulo ABC es equilátero, tiene lado 2 y la semicircunferencia tiene diámetro BC. ¿Cuánto vale el área sombreada?



(a) 1 (b) $\frac{2\pi}{5}$ (c) $\frac{2}{3}$ (d) $\frac{\pi}{6}$ (e) $\pi - 2$

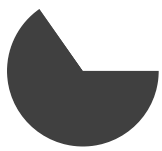
Problema 69. Mireya tiene 6 tarjetas y en cada una de ellas está escrito un número entero positivo (algunos de los números pueden ser iguales entre sí). Toma 3 tarjetas y suma los números correspondientes. Al hacer esto con las 20 posibles combinaciones de 3 tarjetas, obtiene 10 veces el resultado 18, y 10 veces el resultado 16. ¿Cuál es el número más pequeño de los que están escritos en las tarjetas?

(a) 2 (b) 3 (c) 4 (d) 5 (e) 6

Problema 70. En un cuadrado de 4×4 se hace un corte con una línea recta que lo divide en dos cuadriláteros iguales. Si los cuadriláteros tienen perímetro 13, ¿cuál es la longitud del lado menor de los cuadriláteros?

(a) $\frac{1}{2}$ (b) $\frac{2}{3}$ (c) $\frac{3}{4}$ (d) $\frac{9}{13}$ (e) 1

Problema 71. Un trozo de papel en forma de sector circular (como el que se muestra en la figura) se dobla para formar un cono. Si la altura del cono es 4 y la base es un círculo de perímetro 6π, ¿cuál es el área del trozo de papel?

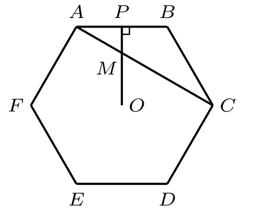


(a) 5π (b) 6π (c) 10π (d) 12π (e) 15π

Problema 72. En un calabozo hay dragones rojos y verdes. Cada dragón rojo tiene 6 cabezas, 8 patas y 2 colas. Cada dragón verde tiene 8 cabezas, 6 patas y 4 colas. Si sabemos que entre todos los dragones tienen 44 colas y que hay 6 patas verdes menos que cabezas rojas, ¿cuántos dragones verdes hay?

(a) 5 (b) 7 (c) 9 (d) 11 (e) 13

Problema 73. En la figura, $ABCDEF$ es un hexágono regular, O es su centro, $\angle OPB = 90^o$ y M es la intersección de AC y OP. Si $MC = 8$, ¿cuánto mide AB?

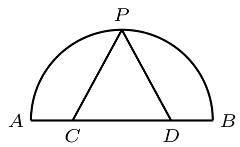


(a) $\sqrt{8}$ (b) 3 (c) $4\sqrt{3}$ (d) 4 (e) $\frac{7}{2}$

Problema 74. ¿Cuántos pares de números que no contienen ceros dan 90000 al multiplicarlos entre sí?

(a) 0 (b) 1 (c) 2 (d) 3 (e) 4

Problema 75. El semicírculo de la figura tiene radio 2. El punto P es el punto medio del arco AB y los segmentos PC y PD dividen al semicírculo en tres regiones de áreas iguales. ¿Cuánto mide CD?

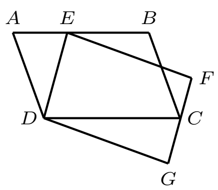


(a) $\frac{\pi}{2}$ (b) $\frac{2\pi}{3}$ (c) $\frac{3\pi}{4}$ (d) $\frac{4\pi}{5}$ (e) $\frac{5\pi}{6}$

Problema 76. ¿Cuántos enteros positivos menores que 100 cumplen que la suma de sus cifras es menor que 10?

(a) 34 (b) 39 (c) 44 (d) 49 (e) 54

Problema 77. En la figura $ABCD$ y $DEFG$ son paralelogramos. Si el área de $ABCD$ es 3, ¿cuál es el área de $DEFG$?

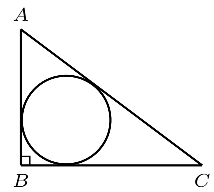


(a) $\frac{5}{2}$ (b) $\frac{8}{3}$ (c) $\frac{11}{4}$ (d) 3 (e) $\frac{22}{3}$

Problema 78. Un conejo da 5 saltos en el mismo tiempo en que el perro que lo persigue da 4, pero 8 saltos del perro equivalen en distancia a 11 saltos del conejo. Si el conejo le lleva 66 saltos de ventaja, ¿cuántos saltos deberá dar el perro para alcanzar al conejo?

(a) 467 (b) 478 (c) 493 (d) 507 (e) 528

Problema 79. En la figura ABC es un triángulo rectángulo, $AB = 3$, $BC = 4$ y $AC = 5$. ¿Cuánto mide el radio del círculo?



(a) 1 (b) $\sqrt{2}$ (c) $\sqrt{3}$ (d) $\sqrt{4}$ (e) $\sqrt{5}$

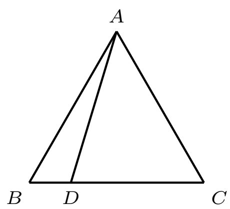
Problema 80. ¿Cuál de los siguientes números tiene raíz cuadrada exacta?

(a) 11022 (b) 11023 (c) 11025 (d) 11027 (e) 11028

Problema 81. Con varios cubos de arista 1 se arma un cubo mayor. Algunas caras del cubo mayor se pintan completamente de rojo y, cuando se desarma el cubo, se observa que hay 24 cubitos sin ninguna cara pintada. ¿Cuántos cubitos tiene el cubo grande?

(a) 27 (b) 64 (c) 125 (d) 216 (e) No se puede construir un cubo así.

Problema 82. En la figura el triángulo ABC es equilátero. Sabiendo que $AC = 21$ y $BD = 5$, ¿cuánto mide AD?



(a) 15 (b) 16 (c) 17 (d) 18 (e) 19

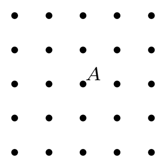
Problema 83. ¿Cuál es el valor más grande que puede tomar n de manera que el conjunto $\{1, 2, 3, \ldots, n\}$ se pueda dividir en dos subconjuntos y que ninguno de ellos contenga a dos números y a su diferencia?

(a) 3 (b) 4 (c) 5 (d) 6 (e) 7

Problema 84. Cuando a mamá le preguntan su edad solamente responde que nació en el siglo XX. Papá dice que el año que ella nació era múltiplo de 5, pero no terminaba en 0. Abuelita dice que una vez mamá cumplió tantos años como el número formado por las dos últimas cifras invertidas de ese año. ¿Cuántos años cumplió mamá en 2003?

(a) 48 (b) 58 (c) 63 (d) 68 (e) 78

Problema 85. ¿Cuántos cuadriláteros con vértices sobre los puntitos de la figura cumplen que, al rotarlos 90° respecto al puntito marcado con A, caen sobre sí mismos?



(a) 4 (b) 6 (c) 8 (d) 10 (e) 12

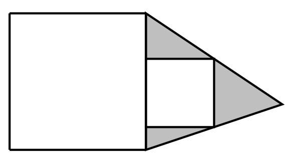
Problema 86. Dos lados de un triángulo acutángulo y la altura sobre el tercer lado tienen longitudes 12, 13 y 15 (tal vez no en ese orden). Encuentra el área del triángulo.

(a) 168 (b) 156 (c) 80 (d) 84 (e) No se puede saber

Problema 87. Carlos tiene 2003 tarjetas numeradas del 1 al 2003 y colocadas en orden de menor a mayor en una pila. Sin mirar, Carlos quita paquetes de tres tarjetas que están juntas (no necesariamente de arriba), hasta que sólo quedan 2 tarjetas. ¿Cuál de los siguientes números no puede ser el número de alguna de las tarjetas restantes?

(a) 1000 (b) 1001 (c) 1002 (d) 1003 (e) 1004

Problema 88. Cada lado del cuadrado grande de la figura mide 2, mientras que cada lado del cuadrado pequeño mide 1. ¿Cuál es el área de la región sombreada?



(a) 1 (b) 2 (c) $2\sqrt{2}$ (d) 4
(e) Depende de la posición de los cuadrados

Problema 89. Llamemos *capicúa* a un año si el número del año tiene al menos dos cifras y se lee igual al derecho que al revés (por ejemplo, 2002 fue un año capicúa). Un hombre nació un 1° de enero y vivió durante 12 años capicúa. ¿Cuál es la menor edad que pudo haber tenido cuando murió?

(a) 85 (b) 90 (c) 99 (d) 104 (e) 115

Problema 90. Una lista de números $a_0, a_1, a_2, \ldots$ se construye como sigue: a_0 es un número entero positivo cualquiera menor o igual que 200 y, para $n \geq 1$, $a_n = 5a_{n-1} - 2$ (es decir, cada término de la sucesión se obtiene restándole 2 al resultado de multiplicar el término anterior por 5). ¿Cuál de los siguientes números puede ser parte de la lista?

(a) 1000 (b) 1501 (c) 2003 (d) 4005 (e) 6938

Problema 91. En un juego de computadora se empieza con un tablero de 3×2 coloreado de blanco y negro, como se indica en la figura A. En cada jugada se eligen dos cuadritos que comparten un lado y se les cambia el color de acuerdo a las siguientes reglas:
Negro cambia a rojo, rojo cambia a blanco y blanco cambia a negro.
¿Cuál es el menor número de jugadas que debe hacerse para convertir el tablero de la Figura A en el de la Figura B.

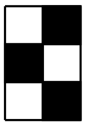


Figura A

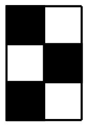


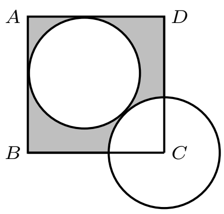
Figura B

(a) 4 (b) 5 (c) 6 (d) 7 (e) 10

Problema 92. ¿Cuántos números primos son a la vez la suma y la diferencia de dos números primos?

(a) 0 (b) 1 (c) 2 (d) 3 (e) 4

Problema 93. En la figura se muestra un cuadrado $ABCD$ y dos círculos tangentes del mismo tamaño. Sabiendo que el círculo que sobresale del cuadrado tiene centro en el vértice C y que $AB = 1 + \sqrt{2}$, ¿cuál es el área de la región sombreada?



(a) $3 + \frac{5}{4}\pi$ (b) $3 - \frac{5}{4}\pi$ (c) $3 + 2\sqrt{2}$ (d) 5π (e) $3 + 2\sqrt{2} - \frac{5}{4}\pi$

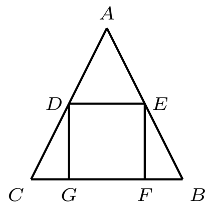
Problema 94. ¿Cuántos enteros positivos $n < 65$ cumplen que al dividir 65 entre n queda el mismo residuo que al dividir 142 entre n?

(a) 0 (b) 1 (c) 2 (d) 3 (e) 4

Problema 95. Un entero es *tartamudo* si todas sus cifras son iguales a 1. ¿Cuántos enteros positivos menores que 10000000 cumplen que al multiplicarlos por 33 se obtiene un entero tartamudo?

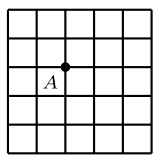
(a) 0 (b) 1 (c) 2 (d) 3 (e) 4

Problema 96. En la figura ABC es un triángulo de área 32, $AB = AC$ y $BC = 8$. ¿Cuál es el área del cuadrado $DEFG$?



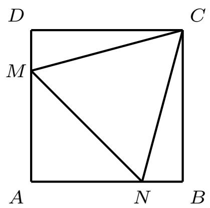
(a) 4 (b) 8 (c) 12 (d) 16 (e) 20

Problema 97. ¿Cuántos rectángulos con un vértice en A hay en la figura?



(a) 9 (b) 12 (c) 16 (d) 20 (e) 25

Problema 98. Cada lado del cuadrado $ABCD$ mide 1. ¿Cuánto vale el área del triángulo equilátero CMN?



(a) $3\sqrt{2} - 1$ (b) $\sqrt{3} + 2$ (c) $3\sqrt{2}$ (d) $2\sqrt{3} - 3$ (e) $\sqrt{2} + 1$

Problema 99. María Eugenia está escribiendo listas de 5 números primos de manera que estén ordenados de menor a mayor y que la diferencia entre cualesquiera dos primos consecutivos es 6. ¿Cuántas listas diferentes puede escribir?

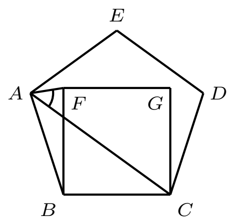
(a) 0 (b) 1 (c) 2 (d) 3 (e) 4

Problema 100. Un tablero de ajedrez se numera como se muestra en la figura y se colocan en él 8 torres de manera que ninguna de ellas sea capaz de capturar a la otra. Finalmente, se suman los números de las casillas donde se colocaron las torres. Considerando todos los posibles acomodos de las torres, ¿cuántas sumas distintas se pueden obtener?

1	2	3	4	5	6	7	8
9	10	11	12	13	14	15	16
17	18	$\cdots$					
						$\cdots$	64

(a) 1 (b) 2 (c) 3 (d) 4 (e) 6

Problema 101. En la figura $ABCDE$ es un pentágono regular y $BCGF$ es un cuadrado. ¿Cuánto vale el ángulo FAC?

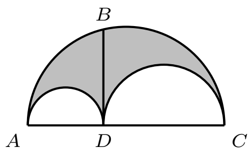


(a) 72° (b) 60° (c) 54° (d) 45° (e) 36°

Problema 102. ¿Cuántas parejas de enteros positivos (n, p) cumplen que p es primo y $p^n - 9n = n^p$?

(a) 0 (b) 1 (c) 2 (d) 3 (e) 4

Problema 103. En la figura se muestran tres semicircunferencias. Sabiendo que $\angle BDA = 90^\circ$ y $BD = 1$, calcule el área de la región sombreada.



(a) π (b) $\frac{\pi}{2}$ (c) $\frac{\pi}{3}$ (d) $\frac{\pi}{4}$ (e) $\frac{\pi}{5}$

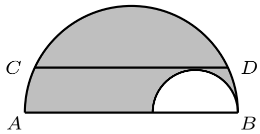
Problema 104. ¿Cuántos enteros n entre 1 y 855 cumplen que $n(n-1)$ es múltiplo de 34?

(a) 84 (b) 88 (c) 92 (d) 96 (e) 100

Problema 105. Cuatro de los vértices de un heptágono se colorean de azul y los restantes de verde. Sobre cada lado se escribe 2 si su dos vértices son azules, $\frac{1}{2}$ si sus dos vértices son verdes, o 1 si sus vértices tienen colores diferentes. Finalmente, se multiplican todos los números escritos en los lados del polígono. Considerando todas los posibles formas de colorear los 7 vértices, ¿cuántos productos distintos se pueden obtener?

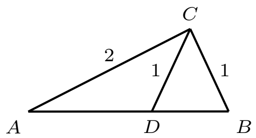
(a) 0 (b) 1 (c) 2 (d) 3 (e) 4

Problema 106. Los semicírculos de la figura tienen su centro sobre AB. Sabiendo que el segmento CD es paralelo a AB y que $CD = 24$. ¿cuál es el área de la región sombreada?



(a) 60π (b) 66π (c) 72π (d) 78π (e) 84π

Problema 107. De la siguiente figura sabemos que $AC = 2$, $BC = 1$ y CDB es un triángulo isósceles. Calcula $AD \cdot AB$.



(a) $\frac{1}{2}$ (b) 1 (c) 2 (d) 3 (e) 5

Problema 108. Diez gaviotas (dos blancas y ocho grises) iban volando sobre un río cuando de pronto se posaron al azar en un tronco, formando una hilera. ¿Cuál es la probabilidad de que las dos gaviotas blancas estén juntas?

(a) $\frac{1}{9}$ (b) $\frac{1}{8}$ (c) $\frac{1}{7}$ (d) $\frac{1}{6}$ (e) $\frac{1}{5}$

Problema 109. Encuentra el resultado de la siguiente suma:

$$\frac{1}{\sqrt{1}+\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{4}} + \cdots + \frac{1}{\sqrt{99}+\sqrt{100}} .$$

(a) 7 (b) 8 (c) 9 (d) 10 (e) 11

Problema 110. Considere la lista $1, 2, 2, 3, 3, 3, 4, 4, 4, 4, 5, \ldots$ ¿Cuál es el número escrito en la posición 2004?

(a) 50 (b) 54 (c) 57 (d) 60 (e) 63