OLIMPIADA POPULAR ESTUDIANTIL DE MATEMÁTICA

TEMARIO DE LA EDUCACIÓN PREUNIVERSITARIA Y TÉCNICO PROFESIONAL

CURSO 2009 - 2010

Los estudiantes de 10mo. grado y 1er. Año de la ETP deben resolver los problemas 1 al 14.

Los estudiantes de 11no. grado y 2do. Año de la ETP deben resolver los problemas 4 al 17.

Los estudiantes de 12mo. grado y 3er. Año de la ETP deben resolver los problemas 7 al 20.

1. El número 64 tiene la propiedad de ser divisible por la cifra de las unidades. ¿Cuántos números enteros entre 10 y 50 tienen esa misma propiedad?

2. Cuatro amigos van a un restaurante y se sientan alrededor de una mesa rectangular. Juan se sienta siempre en el mismo asiento. ¿De cuántas maneras se pueden sentar los 4 amigos alrededor de la mesa?

3. Un jardín rectangular que tiene dimensiones de 50 m de largo por 10 m de ancho está cercado. Para hacer un jardín cuadrado de mayor área, se usa la misma cerca. ¿Cuál es la diferencia, en metros cuadrados, entre el área del jardín rectangular y el jardín cuadrado?

4. Se tiene un triángulo ABC isósceles de base AC, en el interior de la base se sitúa un punto D tal que $\angle ABD = 40^\circ$ y en el interior del lado BC se sitúa un punto E de manera que BD = BE. Calcula la amplitud del $\angle CDE$.

5. Un pedazo de papel tiene forma de octágono regular (polígono convexo de 8 lados iguales). ¿Cuál es el número máximo de veces que puede doblarse este papel de tal manera que en cada doblez las piezas dobladas empalmen (acoplen) perfectamente una sobre la otra?

6. ¿Cuál es el mayor valor de la suma de los dígitos de la suma de los dígitos de un número de tres dígitos?

   (Observación: No es un error la repetición de la frase “de la suma de los dígitos”.)

7. En el año 1932 un adolescente le dice a su abuelo, “en este año mi edad es igual al número formado por los dos últimos dígitos del año en que nací”. El abuelo responde, “con mi edad sucede lo mismo”. ¿Cuántos años tiene cada uno de ellos?

8. Un triángulo rectángulo cuyos catetos miden 12 cm y 16 cm respectivamente están inscritos en una circunferencia. ¿Cuál es la longitud del radio de la misma?

9. En dos jarras iguales tenemos una mezcla de agua con jugo de naranja. En una de las jarras la proporción entre agua y jugo es 3:7; en la otra, la proporción es de 3:5. Si juntamos el contenido de las dos jarras, ¿cuál será la proporción?

10. Como parte del plan de rehabilitación de una cierta prisión todo prisionero tendrá un día disminuido de su pena por cada tres días que trabaje y tenga buen comportamiento. Un prisionero que fue sancionado a quince años de prisión trabajó todos los días que estuvo preso y tuvo un comportamiento ejemplar durante todo ese tiempo. ¿Cuánto tiempo permaneció en la prisión?

11. Juan y Pedro coleccionan monedas. Ellos comparan el número de monedas coleccionadas y verifican que dos tercios de las monedas de Juan equivalen a

tres cuartos de las monedas que Pedro ha coleccionado. ¿Cuántas monedas ha coleccionado cada uno, si entre ambos han coleccionado más de 51, pero menos de 85 monedas?

12. Un cubo C se descompone en cubitos iguales. El área de la superficie del cubo C es A. La suma de las áreas de las superficies de los cubitos, después que se han separado, es S. Halla la razón A: S, si la arista de C es a, y el número de los cubitos es n^3, donde n es un número natural mayor que 1.

13. Los números de Fibonacci se definen por: $f_0=f_1=1$ y para $n\geq 0$, $f_{n+2}= f_{n+1} + f_n$. Así los números son: 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, …. Expresa a 2 004 como suma de distintos números de Fibonacci.

14. ¿Cuál es la suma de las cifras del menor entero positivo que tiene exactamente 15 divisores?

15. Encuentra la suma de todos los dígitos que aparecen en los enteros del 1 al 10^6.

16. Sean x, y, z tres enteros consecutivos tales que $\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}>\frac{1}{45}$. Determina el mayor valor que puede tomar x + y + z.

17. Se tiene un tablero rectangular con 8 columnas y un número arbitrario de filas y sus casillas están numeradas, comenzando por la esquina superior izquierda y procediendo de izquierda a derecha de modo que las casillas de la primera fila se numeran del 1 al 8, las de la segunda fila del 9 al 16, y así sucesivamente. Un estudiante dibuja la casilla numerada con 1, luego salta una casilla y dibuja la casilla 3, luego salta dos casillas y sombrea la casilla 6, salta tres casillas y sombrea la casilla 10, y continúa de esta manera hasta tanto haya al menos una casilla sombreada en cada columna. ¿Qué número corresponde a la última casilla en que esto ocurre?

18. Nueve casillas 1 X 1 de un tablero 10 X 10 están infestadas. A cada segundo, una casilla que posee dos vecinas (tienen un lado en común) infestadas, también se torna infestada. ¿Es posible que todas las casillas se infesten?

19. Si se multiplica la cantidad de caras de una pirámide por la cantidad de aristas que posee se obtiene 5 100. Determinar la cantidad de caras de la pirámide.

20. Se escribe en orden ascendente la lista completa de los números palindrómicos de tres cifras: 101, 111, 121, 131, . . . , 979, 989, 999. Se eliminan luego ocho números palindrómicos consecutivos y se suman los números que quedan en la lista, obteniéndose 46 150. Determinar los ocho números palindrómicos borrados.

NOTA: Cada pregunta tiene un valor de 1 punto

MEDALLISTAS

ORO ---------------------- 13 ó 14 puntos
PLATA ------------------- 11 ó 12 puntos
BRONCE-------------------9 ó 10 puntos