

**OLIMPIADA POPULAR ESTUDIANTIL DE MATEMÁTICA
TEMARIO DE ENSEÑANZA PRIMARIA
CURSO 2005 – 2006**

Los estudiantes de 4to grado deben resolver los problemas del 1 al 12.

Los estudiantes de 5to grado deben resolver los problemas del 5 al 16.

Los estudiantes de 6to grado deben resolver los problemas del 9 al 20.

1. Alicia, Berta y Carlos tienen entre los tres 240 hojas para un trabajo, de ellos Alicia utilizó la mitad y Berta la tercera parte. ¿Cuántas hojas utilizó Carlos?

2. Escribir el número uno, utilizando una sola vez cada uno de los dígitos excepto el 0 y las operaciones de suma, resta, multiplicación y división.

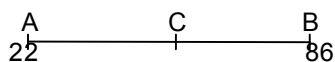
3. Hallar el valor de B siendo B un dígito en el producto $B2 \cdot 7B = 6396$.

4. Las maestras Ana, Beatriz y Carmen tienen apellidos Álvarez, Blanco y Castro, no necesariamente en ese orden. Determina el apellido de Carmen sabiendo que el nombre y el apellido no tienen las mismas iniciales y que además la maestra Castro es vegetariana y Ana no lo es.

5. A las 4 de la tarde, un poste de 10 metros de alto produce una sombra de 18 metros de largo. A la misma hora, ¿qué longitud tendrá la sombra producida por un poste de 5 metros de alto?

6. Si C está justamente en el punto medio del segmento AB.

¿Qué número marca el punto C?



7. Dos corredores recorren una pista circular y parten juntos de un punto A, el primero recorre la pista en 5 minutos y el segundo en 6 minutos. Si corren durante una hora, ¿cuántas veces se vuelven a encontrar juntos en el punto A?

8. Si escribimos en orden creciente todos los números enteros cuya primera cifra es el 2, es decir 2, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 200, 201, ¿qué cifra se escribirá en el lugar 1000?

Nota: En el tercer lugar hay un 0, en el cuarto un 2, etc.

9. Separar el número 1000 en dos sumandos de forma que uno de ellos sea múltiplo de 19 y el otro de 47.

10. El número 1729 es el menor número que puede escribirse de dos formas diferentes como la suma de dos números que son cubos perfectos. Escribe ambas parejas.

11. Encuentra todos los números que cumplen las condiciones siguientes:

i). Ningún dígito es 8.

ii). La cifra de las centenas es 3 unidades mayor que la cifra de las decenas.

iii). La suma de sus dígitos es 23.

iv). La cifra de las milésimas es 1.

12. Un número de dos cifras es un cuadrado perfecto y tiene exactamente 9 divisores. ¿Cuál es el menor número que cumple dichas condiciones?

13. Una botella de aceite comestible de 1,5 litros es una mezcla que contiene 900 mililitros de aceite de girasol, 250 mililitros de aceite de maní y el resto es aceite de maíz. ¿Qué fracción del total corresponde al aceite de maíz?

14. ¿Cuál es la mayor área de un rectángulo cuyo perímetro es de 26 cm y sus lados son números enteros.

15. Sea a un número natural con $a(a + 1)(a + 2)(a + 3) = 1680$, halla el valor de a .

16. En una fiesta pioneril había 23 pioneros, América se dio cuenta que 10 niños la conocían, Bárbara que 11 niños la conocían, Caridad que 12 niños la conocían, Delia que 13 niños la conocían, ..., Zayda la última niña era conocida por todos los niños presentes. ¿Cuántos pioneros de cada sexo había en la fiesta?

17. ¿Cuál es la suma de los tres mayores números primos que son menores que 100?

18. En el triángulo ABC, la amplitud del ángulo BAC es de 40° , M es el punto donde se cortan las bisectrices de los ángulos ABC y ACB. Hallar la amplitud del $\angle BMC$.

19. La plata es 10,5 veces más pesada que el agua, el corcho es 0,24 veces más pesado que el agua, ¿cuántas veces es la plata más pesada que el corcho?

20. Consideremos la sucesión numérica 1, 2, 3, 4, llamemos S_n a la suma de los n primeros términos de la sucesión, es decir:

$$S_1 = 1 = \frac{1 \cdot 2}{2}, S_2 = 1 + 2 = 3 = \frac{2 \cdot 3}{2}, S_3 = 1 + 2 + 3 = 6 = \frac{3 \cdot 4}{2}, S_4 = 1 + 2 + 3 + 4 = 10 = \frac{4 \cdot 5}{2},$$

Entonces para estos casos podemos escribir que $S_n = \frac{n(n+1)}{2}$.

De una cierta sucesión numérica se conoce que la suma de los n primeros términos es $n(n+3)$. Determina el valor del séptimo término de dicha sucesión.

SOLUCIONES

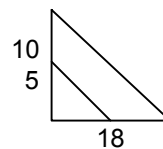
1. Alicia utilizó $240:2 = 120$; Berta Utilizó $240:3 = 80$ y Carlos utilizó $240 - (120 + 80) = 40$.

2. Una forma posible es $(2 + 4 + 6) - \frac{1+3+5+7}{8} = 9$. Considerar cualquier otro caso posible.

3. Si $B:2$ termina en 6 entonces $B = 3$ ó $B = 8$, como el producto es mayor que 6000, entonces $B = 8$ porque si fuera 3 el producto sería mayor que 2000 y menor que 3000, comprobando se tiene que es correcto.

4. Álvarez.

5. Como los dos triángulos deben tener exactamente la misma forma y el pequeño tiene de altura la mitad, su base será también la mitad, o sea, la sombra será de 9 metros.



6. Se puede calcular resolviendo la media aritmética $(86 + 22):2 = 54$ o también $86 - (86 - 22):2 = 54$ ó $22 + (86 - 22):2 = 54$.

7. 2 veces.

8. Con 1 cifra hay 1, con 2 cifras hay 10, con tres cifras 100, con números de los pedidos que tienen menos de 4 cifras hay $1 + 2 \cdot 10 + 3 \cdot 100 = 321$ lugares, entonces los $1000 - 321 = 679$ lugares restantes los ocuparemos con números de 4 cifras, por lo que escribiremos 169 completos ($4 \cdot 169 = 676$) es decir hasta el 2168, quedando 3 lugares que los ocuparán las tres primeras cifras de 2169, por lo que el lugar 1000 lo ocupará un 6.

9. $1000 = 18(19) + 14(47) = 342 + 658$

10. $1729 = 1^3 + 12^3 = 9^3 + 10^3$

11. El número buscado es $1bcd$ con $b = c + 3$, $1 + b + c + d = 23$, entonces $2c + d = 19$, buscamos los posibles valores de b, c, d tenemos:

$c = 5$	$c = 6$	$c = 7$	$c = 8$	$c = 9$
$d = 9$ no	$d = 7$	$d = 5$ no	$d = 3$	$d = 1$
$b = 8$	$b = 9$	$b = 10$	no	no

∴ el único número es 1967.

12. Sea $N = a^2b^2$, como se busca el menor consideremos $a = 1, b = 0, 1, 2, \dots, 9$ ninguno cumple
Sea $a = 2, b = 1, 2$ tampoco, ahora para $a = 2, b = 3$ se tiene $2^2 \cdot 3^2 = 36$ cuyos divisores son:
1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36, en total 9 divisores.

13. Representa la razón $\frac{7}{30}$.

14. Si $P = 26 \text{ cm} = 2(a + b)$ entonces $a + b = 13$ y su producto es el mayor posible, probando tenemos que son el 6 y el 7.

15. $1680 = 2^4 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7$ de aquí tenemos que formar 5 números consecutivos cuyo producto sea 1680, estos son: 5, 6, 7 y 8 por lo que $a = 5$.

16. Sea a el número de niñas, n el número de niños, entonces $a + n = 23$, pero como al llegar a la última niña han pasado $9 + a$, se tiene que $9 + a = n$ y $n - a = 9$, entonces hay que buscar dos números que sumen 23 y su diferencia sea 6, estos son 16 y 7.

∴ Había 7 niñas y 16 niños.

17. Los tres mayores números primos menores que 100 son 97, 89 y 83 y su suma es 269.

18. $\angle B + \angle C = 140^\circ$, $\angle MBC + \angle MCB = 70^\circ$ y $\angle BMC = 110^\circ$.

19. Sin pérdida de generalidad consideremos que en 1kg de plata hay 10,5 kg de agua y en un kg de corcho hay 0,24 kg de agua entonces $10,5:0,24 = 43,75$ que es la cantidad de veces que es más pesada la plata que el corcho.

20. Si S_n representa la suma de los n primeros términos, entonces el séptimo término será igual a $S_7 - S_6$
 $S_7 = 7 \cdot 10 = 70$, $S_6 = 6 \cdot 9 = 54$ entonces $S_7 - S_6 = 16$ que es el valor del séptimo término de la sucesión.

NOTA: Cada pregunta tiene un valor de 1 punto

MEDALLISTAS

ORO ----- 11 ó 12 puntos

PLATA ----- 9 ó 10 puntos

BRONCE-----7 ó 8 puntos