

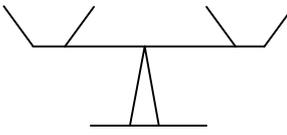
**OLIMPIADA POPULAR ESTUDIANTIL DE MATEMÁTICA
TEMARIO DE LA EDUCACIÓN SECUNDARIA BÁSICA
CURSO 2009 – 2010**

Los estudiantes de 7mo grado deben resolver los problemas 1 al 14.

Los estudiantes de 8vo grado deben resolver los problemas 4 al 17.

Los estudiantes de 9no grado deben resolver los problemas 7 al 20.

1. El número 64 tiene la propiedad de ser divisible por la cifra de las unidades. ¿Cuántos números enteros entre 10 y 50 tienen esa misma propiedad?
2. La salida al poblado de Güines está a 40 km, y la salida al de Amarilla, a 160 km, del punto donde comienza la autopista nacional. Hay una estación de servicio localizada a las tres cuartas partes de la distancia entre la salida a Güines y la salida a Amarilla (más próxima a Amarilla). ¿Cuál es la distancia, en kilómetros, entre el punto donde comienza la autopista y el lugar donde está localizada la estación de servicio?
3. Cuatro amigos van a un restaurante y se sientan alrededor de una mesa rectangular. Juan se sienta siempre en el mismo asiento. ¿De cuántas maneras se pueden sentar los 4 amigos alrededor de la mesa?
4. En un grupo de séptimo grado de una Secundaria Básica hay 40 alumnos, 24 de ellos tienen una hermana y 14 tienen un hermano. Si en ese grupo hay 7 alumnos que son hijos únicos, ¿cuántos alumnos hay en el grupo que tienen un hermano y una hermana?
5. El perímetro de un triángulo isósceles es de 25,2 cm y el lado que se opone al ángulo desigual tiene una longitud igual al doble de la longitud de los lados menores. ¿Cuánto mide cada lado del triángulo?
6. En el siguiente criptograma las letras iguales corresponden a cifras iguales y las letras distintas, a cifras distintas. Halla para AB. $AB = CAB$ una solución y demuestra que esta es única.
7. Un jardín rectangular que tiene dimensiones de 50 m de largo por 10 m de ancho está cercado. Para hacer un jardín cuadrado de mayor área, se usa la misma cerca. ¿Cuál es la diferencia, en metros cuadrados, entre el área del jardín rectangular y el jardín cuadrado?
8. La sucesión 2, 3, 5, 6, 7, 10, 11, 12, 13, 14, 15,... está formada por números que no son cuadrados ni cubos perfectos. El número 11 representa al 7^{mo} término de la sucesión, el número 15 al 11^{no} término. ¿Cuál es el término que ocupa el lugar 100 de la sucesión?
9. Determina la cantidad de enteros positivos que hay que son menores que 2009, son múltiplos de 7 y además la cifra de las unidades es 2.
10. Un pedazo de papel tiene forma de octágono regular (polígono convexo de 8 lados iguales). ¿Cuál es el número máximo de veces que puede doblarse este papel de tal manera que en cada doblez las piezas dobladas empalmen (acoplen) perfectamente una sobre la otra?

11. Contando los alumnos de un grupo de 4 en 4 sobran 2, contándolos de 5 en 5 sobra 1. Si sabemos que el número de niñas es 15 y que hay más niñas que niños. ¿Cuántos niños hay en el grupo?
12. ¿Cuál es el mayor valor de la suma de los dígitos de la suma de los dígitos de un número de tres dígitos?
(Observación: No es un error la repetición de la frase “de la suma de los dígitos”.)
13. Un comerciante de un país del cercano oriente tiene una bolsa con 9 kg de nueces, cada una de las cuales pesa (masa) 2 gr. Un cliente quiere comprar 2 kg de nueces, para lo cual el comerciante tiene dos alternativas: contarlas o pesarlas. Como contarlas le resulta engorroso, decide pesarlas utilizando una balanza de brazos. Para eso dispone de pesas de 200 g y 50 g. ¿Cómo puede pesar la cantidad deseada por el cliente con solo cuatro pesadas?
- 
14. Si a, b, c son dígitos, ¿cuántos números de la forma $\overline{2a0b0c0}$ son divisibles por 36?
15. En el año 1932 un adolescente le dice a su abuelo, “en este año mi edad es igual al número formado por los dos últimos dígitos del año en que nací”. El abuelo responde, “con mi edad sucede lo mismo”. ¿Cuántos años tiene cada uno de ellos?
16. Dos velas tienen diferente longitud y grosor. La más larga dura 7 horas ardiendo y la más corta 10 horas. Si después de 4 horas ardiendo, las dos velas tienen igual longitud, ¿cuál es el cociente entre la longitud de la más corta y la más larga?
17. En dos jarras iguales tenemos una mezcla de agua con jugo de naranja. En una de las jarras la proporción entre agua y jugo es 3:7; en la otra jarra tenemos la proporción 3:5. Si juntamos el contenido de las dos jarras, ¿cuál será la proporción?
18. Encuentra la suma de todos los dígitos que aparecen en los enteros del 1 al 10^6 .
19. Encuentra una solución de la ecuación:

$$(12x - 1)(6x - 1)(4x - 1)(3x - 1) = 5$$
20. Sean x, y, z tres enteros consecutivos tales que $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} > \frac{1}{45}$. Determina el mayor valor que puede tomar $x + y + z$.

NOTA: Cada pregunta tiene un valor de 1 punto

MEDALLISTAS

ORO ----- 13 ó 14 puntos
PLATA ----- 11 ó 12 puntos
BRONCE-----9 ó 10 puntos