**Casi todas las profesiones pueden pasarlo sin entusiasmo; la de maestro es la que no puede absolutamente: lo ha menester para inculcar la doctrina y para vencer los obstáculos.**

**José Martí**

# LAS CAUSAS DE LOS ERRORES MATEMÁTICOS DE LOS ALUMNOS

Dra. Marta Álvarez Pérez

Lic. Francisco Rodríguez Meneses

En tiempos y lugares diferentes, siempre que se analizan las causas de por qué algunos alumnos no asimilan ciertos contenidos de aprendizaje, se esgrimen los mismos argumentos: su bajo nivel de comprensión, la falta de estudio o de concentración en clases, el insuficiente aseguramiento de las bases necesarias por la enseñanza precedente, el escaso tiempo que prevé el programa para el tratamiento del contenido, la influencia negativa de algún elemento contextual, entre muchas razones que pudieran ser válidas para cualquier asignatura. Y si bien es verdad que estos factores pueden estar incidiendo en ello, no es menos cierto que cuando se trata de enseñar a esos alumnos una y otra vez el concepto o el procedimiento correcto, en ocasiones resurge el error al cabo de un tiempo. La pregunta es: ¿Se habrán tenido en cuenta las causas que provocan dichos errores?

Para conocer dichas causas, para saber por qué los alumnos cometen estos errores, hay que tener en cuenta que las personas no reproducen las cosas tal cual ellas son, sino que construyen “concretos pensados” en una proceso no exento de contradicciones, donde el saber adquirido con anterioridad puede transformarse en un elemento legitimador o restrictivo al paso del nuevo. Luego, hay que considerar que el conocimiento no puede transferirse de una persona a otra cual si esta fuera un recipiente vacío, sino que las personas interpretan y comprenden las nuevas ideas a la luz de los conocimientos y experiencias previas que ya poseen. Por eso se dice que el aprendizaje es un proceso constructivo, personal y activo, que se produce a través de la interacción con los otros (véase Castellanos, 2001).

Esto nos ayuda a comprender por qué los errores no se deben sólo a las causas enumeradas al inicio. Ellos pueden ser producto de la activación en una situación determinada de conocimientos y representaciones previas que no se integran o relacionan adecuadamente con las ideas nuevas (véase Pozo, 1999). Por eso, desde el punto de vista de los alumnos, muchos errores son bastante plausibles, porque se basan en conocimientos y experiencias anteriores que fueron válidas en un momento determinado. Esta es la razón por la cual algunos son tan resistentes al cambio.

La práctica demuestra que un mismo error puede tener en su base diferentes concepciones erróneas – o alternativas- y que una misma concepción errónea puede dar lugar a su vez a diferentes errores. Por esta razón el análisis y la determinación de las causas de los errores de los alumnos se hace extremadamente difícil, ya que no puede establecerse una correspondencia uno a uno entre la causa del error y su manifestación. Por ejemplo, si un alumno piensa que un ejemplo único puede servir para probar la veracidad de una proposición, esta concepción errónea será fuente de múltiples errores lo mismo en Álgebra, que en Geometría, que en otro domino cognitivo. Por otra parte, si conceptúa que las variables son símbolos para un único número desconocido, no podrá entender cuándo dos términos son equivalentes, ni cuándo una ecuación es una identidad, ni qué es una función.

La eliminación de los errores de los alumnos se hace aún más difícil cuando en lugar de errores conceptuales se trata de errores de procedimiento, en cuyo caso los procesos cognitivos se realizan sobre la base de las llamadas reglas de nivel profundo (“deeper level rules”), las cuales son estrategias generales, interiorizadas y no conscientes, a partir de los cuales los alumnos desarrollan los procedimientos específicos que necesitan. Las reglas de nivel profundo más comunes son “generalizar “ y “linealizar” (Matz, 1980).

Un ejemplo de regla generalizadora es: “Siempre que aparezca un signo de operación, calcula”. Al pasar de la Aritmética al Álgebra resulta muy difícil para algunos alumnos aceptar que al operar con variables el resultado final sea igual a 2x-7 .Otra regla es la generalización sobre números, que dice: “Los números específicos no importan, puedes utilizar otros números”, la cual adquieren desde que aprenden a adicionar. Para los alumnos el procedimiento escrito de la adición es el mismo se trate de 24 +18 que de 35+27. Esta tendencia a generalizar sobre números es la que los hace cometer el siguiente error:

Como de (x-a)(x-b)=0 resulta x – a = 0 ó x – b =0, de la ecuación (x-a)(x-b)=c, concluyen entonces x - a = c ó x - b = c

La aplicación de la regla de “linealizar” consiste en la generalización indebida de la propiedad de una relación de ser lineal f(a * b)=f(a)□f(b). Dada la frecuencia con que los alumnos usan esta regla, por ejemplo, al aplicar la propiedad distributiva de la multiplicación con respecto a la adición o al calcular $\frac{a+b}{c}=\frac{a}{c}+\frac{b}{c}$, tienden a emplearla también en casos como los siguientes $(x+y)^2=x^2+y^2$, x (a.b)=xa.xb o $\frac{a}{b+c}=\frac{a}{b}+\frac{a}{c}$. A través de preguntas y situaciones problémicas de carácter geométrico se puede lograr que los alumnos vuevan a buscar y hallar estas reglas, pero también se pueden enseñar mecanismos de control sencillos, como puede ser la sustitución de las variables por números sencillos.

Para ilustrar cómo proceder ante una concepción errónea sea tomado el ejemplo de la división de expresiones decimales: Al dividir una expresión decimal por otra hay alumnos que le atribuyen al cociente tantas cifras decimales como tiene el dividendo o el divisor de forma indistinta. Así, para algunos, el resultado de 1394,25:429 es igual al de 139 4,25:4,29. Al pedirles que estimen los resultados y escriban la estimación de forma explícita se propicia un conflicto cognitivo que los hace reflexionar. Esto se puede lograr también a través de series de ejercicios como la siguiente:1394,25:429; 3942,5:129; 131394,25:4,29; 1394,25:42,9; 13942,5:4,29. De este modo se reactiva la multiplicación y división de expresiones decimales por potencias de diez y se reduce el procedimiento en cuestión al de la división de expresiones decimales por un número natural. Para verificar que los alumnos han comprendido se les puede pedir que construyan ejercicios que tengan el mismo resultado que uno dado.

Así, para intentar contrarrestar las concepciones alternativas de los alumnos es necesario provocar conflictos cognitivos que los hagan reflexionar y lograr que expliquen y corrijan por sí mismos sus realizaciones, para su propia satisfacción personal y el desarrollo de estrategias metacognitivas. En este sentido resulta útil que elaboren ejercicios, cuadros resúmenes según clases de problemas o mapas conceptuales y que redacten informes sobre la definición de un concepto o procedimiento y cómo se aplica en diferentes contextos.

Ahora bien, los errores pueden estar provocados por causas no atribuibles a una u otra concepción errónea o alternativa. En un error pueden estar incidiendo, incluso simultáneamente, la falta de comprensión del enunciado de un ejercicio, las operaciones intelectuales implicadas, los modelos de enseñanza que se practican o alguna disfunción mental del alumno como la falta de concentración o de capacidad de asociación en un momento determinado, producto de una sobrecarga cognitiva, por solo citar algunas posibles razones (véase Astolfi, 1999).

Los errores relacionados con la comprensión de los enunciados se asocian a múltiples factores relacionados con el uso de términos de difícil comprensión (digamos, excede, consecutivo, alternado, simultáneo), la falta de conocimientos previos, la poca vinculación del contenido al mundo experencial y afectivo de los alumnos o la complejidad sintáctica del texto, aspecto este vinculado a la cantidad de relaciones matemáticas que intervienen. Se puede trabajar sobre la comprensión, selección y formulación de los enunciados determinando cuáles son posibles a partir de una misma información, elaborando algunos que correspondan a una respuesta dada, o analizando, criticando y reformulando los dados.

Los errores asociados a las operaciones intelectuales implicadas también se pueden atribuir a variadas causas. Por ejemplo, hay alumnos que identifican como cuadrado o triángulo escaleno a un polígono de cuatro lados todos diferentes entre sí. En esto inciden los errores lógicos, en este caso, el de suponer que para que un objeto sea representante de un concepto que se expresa mediante la conjunción de dos o más propiedades, es suficiente que se cumpla una sola. Pero también incide el bajo nivel de apropiación de los conceptos geométricos. Por eso es necesario que los alumnos construyan representantes de estos conceptos para que aprecien la contradicción a que conduce su aseveración. Explicándoles_una y otra vez no se logran resultados por lo general. Es un hecho reconocido que muchos alumnos asocian a una figura geométrica una imagen mental determinada y no la identifican en modo alguno por sus propiedades (Blanco, 2001). De este modo no reconocen un cuadrado cuando este no tiene uno de sus lados respectivamente paralelo o perpendicular a los bordes de la hoja de trabajo. Para verificar la existencia de este tipo de errores hay que elaborar preguntas o seleccionar ejercicios que midan los mismos objetivos, pero que requieran de un nivel de dificultad diferente en cuanto a las operaciones intelectuales implicadas.

Los modelos de enseñanza también provocan con frecuencia que los alumnos crean que todos los ejercicios tienen una solución única, que la solución está dada siempre por un número sencillo o que todos los datos son necesarios. La incorrecta formulación de algunos ejercicios geométricos en los cuales se complementa la información con la que proporciona la figura dada, los induce a pensar por ejemplo que si dos rectas parecen paralelas en una figura, se puede asumir como dato. También el hecho que muchos ejercicios orienten calcular, simplificar, o evaluar los lleva a creer que la relación de igualdad es en un solo sentido, de izquierda a derecha, y por eso resuelven bien la ecuación $3(x+4)=12$, pero no $12=3(x+4)$. Luego, resulta necesario analizar las creencias que se pueden haber infiltrado en el aula como resultado del modelo de enseñanza para trabajar sobre ellas.

F. Oser sostiene que los errores de los alumnos son expresión de la ausencia de un conocimiento negativo, entiéndase aquel que permite saber en cuáles condiciones un concepto no es válido o una acción es incorrecta. Dicho con otras palabras, “qué no debe ser” o “qué no funciona” (Oser y Hascher, 1997). Este conocimiento negativo ejerce según él una función de protección del conocimiento positivo; permite identificar el concepto o relación falsa y posibilita evitar el procedimiento incorrecto. Por eso el docente tiene que hacer que los alumnos tomen conciencia de los posibles peligros, debe obligarlos a tomar nota de ellos y exigirles incluso que elaboren ejercicios, teniendo en cuenta las dificultades que se pueden presentar (Álvarez, 2004).

Otro aspecto muy importante es el manejo del error desde el punto de vista afectivo, que se establezca un clima de trabajo donde se reciba y ofrezca ayuda y se logre crear una “cultura del error” (Oser, 1997). Si recriminamos de continuo al alumno con dificultades, le llamamos la atención en público, le hacemos sentir que siempre lo estamos evaluando, lo interrumpimos cuando está trabajando, haciéndolo dependiente de nuestro control, y no le damos la oportunidad de corregir por sí mismo sus errores, para que experimente sentimientos de éxito, se incrementará su miedo de recibir una mala calificación o una recriminación y no sólo mermará su autoestima, sino se sentirá impotente de resolver estas dificultades y no se esforzará.

Para crear una cultura del error el docente debe hablar con un tono amistoso y con tacto, debe evitar la burla de los condiscípulos y diferenciar cuándo no se hace la tarea por vagancia y cuándo porque no se puede, debe separar los momentos de trabajo en un problema de los de evaluación, propiciando la co - y auto – evaluación y no preguntar al grupo si la realización de un alumno está bien o mal, ni pasar la pregunta a otro, sin que este haya podido rectificar. Debe además demostrar que siempre que hay esfuerzo, hay resultados. Los alumnos deben reconocer que cometer un error no es un fracaso, pues no hay aprendizaje sin errores, y que los errores son necesarios, pues nos ayudan a aprender.

En resumen, es necesario que profesores y alumnos adquieran conciencia sobre la necesidad del error, puedan identificarlos, comprender sus causas y corregirlos en un clima social de confianza. Un adecuado manejo del error es un requisito indispensable para poseer una competencia didáctica desarrollada.

Bibliografía básica

Álvarez Pérez, M. (2004): Etiología de errores matemáticos. En: Resúmenes trabajos del III Congreso de Didáctica de las Ciencias. La Habana.

Alwyn, Olivier (1989): Handling Pupils´Misconceptions. En: Thirteenth National Convention on Mathematics, Physical Sciencie and Biology.Pretoria.

Astolfi, J. P. (1999): El “error”, un medio para enseñar. Colección: Investigación y enseñanza. Diada Editora, España.

Blanco, L.J.(2001): Errors in the Teaching/Learning of the basic Concepts of Geometry. International Journal for Mathematics Teaching and Learning. Revista electrónica editada por: Centre for Innovation in Mathematics Teaching at Exeter University.UK and the Mathematics Department at Bessenyei College.Nyiregyháza, Hungary.

Castellanos, D. y otros (2001): Enseñar y aprender en la escuela. Una concepción desarrolladora. Centro de Estudios de La Educación, La Habana.

Matz, M.(1980): Towards a Computational Theorie of Algebraic Competence. Journal of mathematical Behaviour 3.1.p. 93-166.

Oser, F. und Hascer, T.(1997) : Lernen aus Fehlern: : Zur psychologie des “negativen Wissens”, CH-Freiburg , 1997.

Oser, F. et al. T.(1997) : Die Fehlerkultursʜule: Entwickllung der Fehlerkulturschule als Projekt im Rahmen von Schulentwickluhng, CH-Freiburg , 1997.

Pozo, J. I. Más allá del cambio conceptual: El aprendizaje de la ciencia como cambio representacional. En: Enseñanza de las Ciencias, 1999,17(3), p.513-520.