

Capítulo 1

Aritmética y tecnicismo algebraico

1) Sean las expresiones algebraicas $A = 2a - 3$, $B = (a + 5)(a - 5)$ y $C = 6a - 68$.

a) Calcula y simplifica la expresión $D = A^2 - B + \frac{1}{2}C$.

b) Factoriza la expresión D .

c) Halla el valor numérico de D para $a = \frac{9^{50} \cdot 3^{20}}{3^{121}}$ y di a qué conjunto numérico más restringido pertenece el resultado obtenido.

2) Dadas las expresiones algebraicas

$$M = \frac{(x^2 + 3)(3x^2 - 5) - (x^2 - 1)^2 + 4(x + 4)}{2x}, \quad N = 2m^4n^2 + 6m^2n^2 - 56n^2 \quad \text{y} \quad P = \frac{a^2 - 3c}{\sqrt[3]{b+2}}.$$

a) Prueba que $M = x^3 + 3x + 2$.

b) Factoriza completamente la expresión N .

c) Halla, si es posible, el valor numérico de P para $a = 2$, $b = -8$ y $c = -\frac{1}{3}$.

Si no es posible, argumenta por qué.

3) a) Calcula y simplifica la expresión $A = \frac{3}{5}x(10x - \frac{5}{3}) - (2x + 1)^2 + \sqrt[3]{27}$.

b) Expresa como producto el resultado obtenido.

c) Comprueba que el valor numérico de la expresión $B = 36a^2b^{-2} - \frac{1}{2}a^{-1}b$, para

$a = \frac{1}{2}$ y $b = -3$, es un cuadrado perfecto.

4) Sean $R = \frac{2^{-9} \cdot 125^{-3}}{0,000000004}$, $M = 2b(b - 3)$, $N = b + 1$ y $P = 4b - 0,25$.

a) Calcula el valor numérico de R y di cuántas décimas tiene dicho resultado.

b) Calcula y simplifica la expresión $M \cdot N + 2P + \sqrt{R}$.

c) Factoriza completamente el resultado obtenido.

5) a) Compara los valores numéricos de **A** y **B** si:

$$A = \frac{13,2 - 2,5 \cdot \frac{6}{5}}{\sqrt[3]{125}} \quad \text{y} \quad B = \frac{2400000000}{1000^3}.$$

b) Simplifica la expresión $\frac{3}{2}a^2(4a + \frac{2}{3}) - (5a^2 + 1)(a^2 - 2) + 7a^4$
y señala cuál es el grado del polinomio resultante.

c) Halla para qué valores de **b** se hace cero la expresión $15b^2 + b - 2$.

6) Dadas las expresiones $A = 16a^4b^4 - 8a^3b^3$, $B = 4a^2b^2$ y $C = a^2b^2 - 3^{-1}$.

a) Sustrae el triplo de **C** al cociente de **A** y **B**.

b) Prueba que la expresión resultante se puede expresar como el cuadrado de un binomio.

c) Si **a** y **b** son números enteros positivos, tales que **a** y **b** son recíprocos, entonces el valor numérico de **C** es igual a:

$$\underline{\quad} - \frac{1}{3} \quad \underline{\quad} - 3 \quad \underline{\quad} 4 \quad \underline{\quad} \frac{2}{3} \quad \underline{\quad} 3$$

7) Sean $R = (3x - 1)^2 - (3x + 1)(3x - 1) + 2(3x + 2)$, $Q = \frac{6^{29} \cdot 9^{15}}{18^{30}}$ y $T \neq 0$.

a) Prueba que $R \cdot Q = T^0$.

b) Descompón completamente en factores la expresión $S = x^2(a - 1) - 4(a - 1)$.

8) Simplifica la expresión $Q = \frac{12x^5y^6 + 24x^5y^4 - 36x^5y^2}{4x^2y^2}$.

a) El grado del polinomio resultante **Q** es:

$$\underline{\quad} 3 \quad \underline{\quad} 5 \quad \underline{\quad} 7 \quad \underline{\quad} 12 \quad \underline{\quad} 6$$

b) Factoriza completamente el resultado obtenido.

9) Dada la expresión $A = \left(\frac{x}{2} + 2\right)^2 - \left(\frac{x}{2} + 1\right)\left(\frac{x}{2} - 1\right) - 3^2$.

a) Expresa como producto la expresión que resulta de calcular **A**.

b) Calcula $B = \left(\frac{1}{3} + 1,5\right) : 7\frac{1}{3} + (-2)^3$ y di entre qué dos números enteros consecutivos se encuentra el resultado.

10) a) Calcula y simplifica la expresión $M = (x - 1)(x + 1)(x - 2) - (2x^2 - 5x + 2)$.

b) Factoriza completamente la expresión resultante **M**.

c) Halla el valor numérico de $N = \frac{15^{30}}{9^{15} \cdot 5^{32}}$ y escribe el resultado en notación científica.

11) Selecciona la respuesta correcta marcando con una X.

a) Si $A = \left(3\frac{1}{2} + \frac{2}{3}\right) : \frac{15}{6} - \frac{2}{3}$ y $B = \frac{0,2^{36} \cdot 0,04^{32}}{\left(\frac{1}{5}\right)^{100}}$, entonces se cumple que:

A > B **A < B** **A = B**

b) Efectúa: $(3x - \frac{1}{2})(2x + 4) - 3x(2x + 3) - 2\frac{1}{3}$.

c) Descompón en factores completamente la expresión $2a^5 - 32a$.

12) a) Sea $A = \left(\frac{1}{3} + \frac{2}{5}\right) : \frac{22}{5} - 2^{-1}$, di entre qué dos números enteros consecutivos se encuentra el valor numérico de **A**.

b) Prueba que la expresión reducida de $B = \left(\frac{x}{3} - 1\right)^2 - \frac{x}{6}\left(\frac{2x}{3} + 18\right) + (4x - 5)$ es igual a la tercera parte de un número disminuida en cuatro.

c) Expresa como producto la expresión $2y^3 + 48y - 22y^2$.

13) Sean $M = 5x^2 + 4$ y $P = 5x - 2$.

a) Halla el polinomio Q sabiendo que $M = P^2 - Q$.

b) Expresa Q como producto.

c) Selecciona la respuesta correcta marcando con una X.

Al calcular el valor numérico de $R = \frac{(-21)^2 - \sqrt{81}}{-\frac{4}{3}(0,5 - 2)}$, se obtiene un número que es:

cuadrado perfecto cubo perfecto primo capicúa.

14) Sean $M = m - 1$, $N = (m + 1)(m - 5)$ y $R = 5m$.

a) Halla la expresión P si $R = M^2 - N + 3P$.

b) ¿Para qué valor de m se cumple que P es igual al opuesto y recíproco de 3?

c) Determina para qué valores de n se anula la expresión $Q = \frac{3}{4}n^2 - 9n$.

15) a) Efectúa: $D = \frac{6x^3y^5 - 18x^4y^4 + 3x^3y^3}{3x^3y^3} + (x^2 + 9xy - 1)$.

b) Descompón en factores la expresión resultante D .

c) Selecciona la respuesta correcta marcando con una X.

Si $A = \frac{2^{-15} \cdot 2^{-45}}{4^{-29}}$, $B = \frac{2^{29} \cdot 5^{31}}{10^{30}}$ y $C = \frac{22,5}{5} + \sqrt[3]{-8}$, entonces se cumple que:

$C > B > A$ $B = C < A$ $C = B > A$ $A = B = C$

16) Sean $A = 2 + 5x$, $B = 5x - 2$ y $C = (4x - 1)^2 + 4x$.

a) Calcula $D = \frac{A}{B^{-1}} - C$ y di el grado del polinomio resultante.

b) Factoriza **D**.

c) Prueba que el valor numérico de **C** para $x = \sqrt{\frac{4^{-3} \cdot 5^{-6}}{0,000016}}$ es igual a 3^0 .

17) a) Calcula $T = \frac{(7^2)^{12}}{343^8} + 9^5 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^5$

b) Completa el espacio en blanco:

El menor número natural que hay que adicionar al valor numérico de **T** para obtener un cuadrado perfecto es _____.

c) Efectúa $[(x - 2)(x + 2)]^2 + 4(2x^2 - 4\frac{1}{4})$.

d) Descompón en factores completamente el resultado anterior.

18) a) Prueba que $3a^2b - [3ab(a - b) - (a - b^2)^2] - a^2 = b^2(a + b^2)$

b) ¿Cuántas décimas tiene el número que resulta de calcular

$$P = \frac{235000000}{\frac{100^{50}}{10^{92}}}$$

19) a) ¿Para qué valores enteros de x se cumple que la expresión $A = \frac{16}{x-2}$ es un número entero?

b) Descompón en factores la expresión que resulta al calcular

$$\left[3x\left(x - \frac{1}{3}\right) + (x - 1)(x + 2) - 3x^2\right]^2 - 2^2 \cdot 3,5^2$$

20) Sean $A = 3 - 2x$, $B = x^2 + 3$ y $C = 7x$.

a) Calcula y simplifica la expresión: $D = \frac{A^{30} \cdot A^{-12}}{A^{16}} - 2B + C$.

b) Factoriza la expresión resultante **D**.

c) Escribe en notación científica el número que resulta de calcular $999^2 - 1$.

21) Sea $M = 3y^3 - (y + 2)^2 - y(2y^2 - y - 3) - \sqrt[3]{-64}$.

a) Prueba que la expresión que resulta al calcular y simplificar M , se puede expresar como el producto de tres números enteros consecutivos para cualquier entero positivo y .

b) Calcula $N = \frac{2^{93} \cdot 5^{87}}{1000^{30}}$ y expresa el resultado en notación científica.

22) Sea $A = 3x(x + 2) + (x - 3)^2 - \sqrt{100}$.

a) Demuestra que la expresión que resulta de calcular A , se puede expresar como el producto de dos números impares consecutivos, para x entero positivo.

b) ¿Para qué valores naturales de x se cumple que $A = 0$?

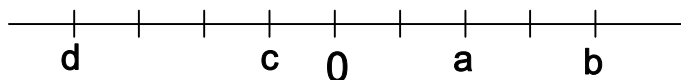
23) Sea $A = \frac{(x-2)^2 - x(x+4) + \sqrt{16}}{2(x^2 + \frac{x}{2} + 2) - (2x-1)(x+1) - 7}$

a) Prueba que $A = 4x - 4$.

b) ¿Para qué valores enteros de p se cumple que $B = 0$, si $B = 2p^2 + 7p - 15$?

c) Si $C = \frac{20}{3^{-4} \cdot 45}$ y $D = \frac{28^{31}}{16^{15} \cdot 7^{30}}$, determina cuántas decenas tiene el mínimo común múltiplo de C y D .

24) En la recta numérica aparecen representados el 0, a , b , c y d . (Todas las subdivisiones son iguales).



Escribe verdadero (V) o falso (F) según convenga.

a) $|d| = b$ b) $\frac{c}{2} > -a$ c) $c - a = 3$

d) $\frac{1}{b} = \frac{1}{d}$ e) $c - d < 2a$ f) $a^c = \frac{2}{d}$

24.1) Marca con una X la respuesta correcta.

Al simplificar la expresión algebraica $5x^2y^2 + 7 - (2xy - 3)^2$ se obtiene:

- a) ___ $9x^2y^2 - 12xy + 16$ b) ___ $x^2y^2 + 16$
 c) ___ $x^2y^2 + 12xy - 2$ d) ___ $x^2y^2 + 12xy + 16$

24.2) Halla el conjunto solución de la ecuación para $x \in \mathbb{Q}_+$.

$$\frac{x}{2} - 5 = 3(x - 1)$$

25) Sea $M = (a + 1)(a - 1)(a + 2) + a(a + 3) + 2$

a) Calcula y simplifica la expresión M.

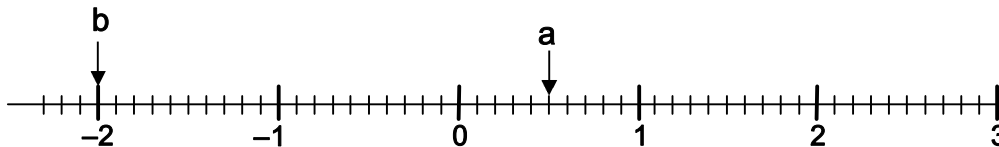
b) Prueba que la expresión obtenida se puede expresar como el producto de tres números enteros consecutivos, para todo a entero positivo.

25.1) Marca con una X la respuesta correcta.

El valor numérico de la expresión $a^3 - \frac{b \cdot c}{d}$, para $a = -1$, $b = 0,5$, $c = 8$ y $d = -2$, es:

- a) ___ -3 b) ___ -1 c) ___ 1 d) ___ 4

26) En la recta numérica aparecen representados a y b. (Todas las subdivisiones son iguales).



Calcula el valor numérico de c y represéntalo en la recta numérica, si

$$c = \left(a - 1\frac{3}{4}\right) : (1,5 + b)$$

26.1) Reduce tanto como sea posible la expresión

$$A = \frac{x^2y}{2}(2xy - 4) + (x - 1)(xy + y^2) + (0,5x + y)^2 - \frac{x^2}{4}$$

26.2) Factoriza completamente la expresión $B = x^4 - 14x^2 - 32$.

27) Marca con una X la respuesta correcta en cada inciso.

a) ¿Cuál de las siguientes fracciones está más cerca de $\frac{1}{2}$?

$\frac{5}{12}$ $\frac{8}{15}$ $\frac{11}{20}$ $\frac{7}{16}$

b) Al factorizar el trinomio $x^2 + bx - 14$, uno de los factores es $x + 7$, entonces el otro factor es:

$x + 7$ $x - 7$ $x - 2$ $x + 2$

y el valor de b es _____.

c) La ecuación $x(x + 2) = 2$ tiene por solución:

$S = \{-3; 1\}$ $S = \{3; -1\}$ $S = \{0; -2\}$ $S = \emptyset$

28) Marca con una X la respuesta correcta en cada inciso.

a) El promedio de A y B donde $A = 99 - 81 : 3$ y $B = \frac{8}{9} + \frac{30}{27}$ es:

4 37 74 Ninguna de las anteriores

b) Al simplificar tanto como sea posible la expresión:

$\left(\frac{x}{2} - \frac{y}{2}\right)^2 + 4x\left(\frac{y}{2} - \frac{x}{16}\right) - y^2$, se obtiene un:

monomio binomio trinomio

28.1) Factoriza completamente la expresión $m^4 - \frac{1}{16}$.

29. a) Marca con una X la respuesta correcta en cada inciso.

El 50% de la mitad de un número es 28, entonces el número es:

56 48 12 Ninguno de los anteriores.

b) Efectúa $M = 2b(b + 3)^2 - (2b^3 - 8b^2 + 22b)$

c) ¿Para qué $x \in \mathbb{N}$ se cumple que $M = 0$?