

## EXAMEN DE INGRESO A LA EDUCACIÓN SUPERIOR (2012-2013)

1. Lee detenidamente y responde.

1.1. Clasifica las siguientes proposiciones en verdaderas (V) o falsas (F). Escribe V o F en la línea dada. De las que consideres falsas, justifica por qué lo son.

- a) \_\_\_ Si  $E$  y  $F$  son dos conjuntos tales que  $E = \{-2; -1; 0; 1; 2\}$  y  $F = \{x \in \mathbb{R} : x < 1\}$ , entonces  $E \cap F = \{x \in \mathbb{Z} : -2 \leq x \leq 0\}$ .
- b) \_\_\_ El valor de  $\sqrt[3]{\sqrt{-27}}$  es un número real.
- c) \_\_\_ La función  $h$  definida de  $\mathbb{R}$  en  $\{y \in \mathbb{R} : y \geq 2\}$  por la ecuación  $y = |x + 2|$ , tiene inversa.
- d) \_\_\_ Si  $x - 2y + 4 = 0$  es la ecuación de una recta, entonces la ecuación de una recta paralela a ella que pasa por el punto  $M(0; -3)$  es  $x - 2y - 6 = 0$ .

1.2. Selecciona la respuesta correcta marcando con una X en la línea dada.

1.2.1. Para la función  $f$ , definida en  $\mathbb{R}$  por la ecuación  $y = (x - 3)^2 - 1$ , donde uno de sus ceros es  $x_1 = 2$ , se cumple que:

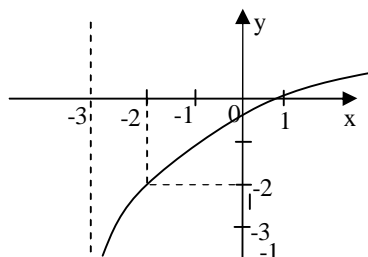
- a) \_\_\_ es monótona creciente en el intervalo  $(-\infty, 2]$ .
- b) \_\_\_ su valor máximo es  $y_1 = -1$ .
- c) \_\_\_ es negativa para  $\{x \in \mathbb{R} : 2 < x < 4\}$ .
- d) \_\_\_  $f(x_2) = 0$  para  $x_2 = -2$ .

1.2.2. El de definición de  $\sqrt{4x - 5} - 2$  es:

- a) \_\_\_  $\left\{x \in \mathbb{R} : x \leq \frac{5}{4}\right\}$  b) \_\_\_  $\left\{x \in \mathbb{R} : x \geq \frac{5}{4}\right\}$  c) \_\_\_  $\left\{x \in \mathbb{R} : x \geq \frac{4}{5}\right\}$  d) \_\_\_  $\left\{x \in \mathbb{R} : x > \frac{5}{4}\right\}$

1.2.3. El gráfico que corresponde a una función  $g$  definida en  $(-3, \infty)$  por una ecuación de la forma  $y = \log_2(x + a) + b$ ; entonces para los valores  $a$  y  $b$  se cumple que:

- a) \_\_\_  $a < b$       b) \_\_\_  $a > b$   
c) \_\_\_  $a = b$       d) \_\_\_  $a = -3$  y  $b = 2$



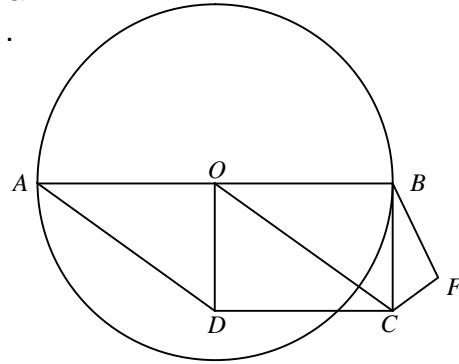
1.3. Completa los espacios en blanco de forma tal que se obtenga una proposición verdadera para cada caso:

1.3.1. El valor de  $x \in \mathbb{R}$ , para el cual se cumple que  $7^{\frac{x}{2}} = \log_3 3^7$  es \_\_\_\_\_.

1.3.2. Si  $M(-4; -2)$ ,  $N(-1; -2)$  y  $L(-4; 6)$  son los vértices de un triángulo isósceles de base  $\overline{ML}$ , entonces el valor de la pendiente de la mediana relativa a la base es \_\_\_\_\_.

2. En la figura aparece representada una circunferencia de centro  $O$  y diámetro  $\overline{AB}$ .

- $ODCB$  es rectángulo
- $\overline{AD} \parallel \overline{OC}$
- $\angle FBO = 120^\circ$
- $\overline{CF} \perp \overline{FB}$
- $\angle DCO = 30^\circ$ .



a) Demuestra que  $\triangle DOA \sim \triangle CFB$ .

b) Si  $\overline{BC} = 3,0 \text{ cm}$ , calcula el área del cuadrilátero  $ADCB$ .

3. Sean las expresiones trigonométricas  $P(x) = \frac{\text{sen } 2x}{2 \cos x}$  y  $Q(x) = \cos 2x$ .

a) Determina los valores reales de  $x$  con  $0 \leq x \leq \pi$  para los cuales se cumple que  $P(x) - Q(x) = 0$ .

b) Determina el dominio numérico más restringido al que pertenece el resultado de calcular  $\log_2 \left[ 1 + Q \left( \frac{2\pi}{3} \right) \right]$ .

4. En la finalizada Feria Internacional del Libro, en el quiosco dedicado a la venta de libros infantiles, se utilizaron dos estantes A y B para la muestra de estos. En un inicio había en el estante A el doble de la cantidad de libros que en el B. Por problemas de seguridad se trasladaron después 8 libros del estante A para el B, lo que trajo como consecuencia que en éste último estuviera ubicada una cantidad de libros igual al 80% de los que quedaron finalmente en el estante A.

a) ¿Cuántos libros había al principio en cada estante?

b) ¿Qué tanto por ciento del total de libros exhibidos en un inicio en el estante A representan los que deben trasladarse al estante B, para que ambos estantes tengan la misma cantidad de libros?

5. La figura representa una pieza maciza de madera que se ha formado al excavarle al prisma recto  $ABCDEFGH$ , la cuña en forma de pirámide  $BCQP$ .

- El cuadrado  $ABCD$  es la base inferior del prisma.
- $Q$  y  $P$  son los puntos donde se intersecan las diagonales de las bases  $ABCD$  y  $EFGH$  del prisma, respectivamente.
- $\overline{PQ}$  es altura del prisma y de la pirámide.
- $K$  es punto medio de  $\overline{BC}$ .

a) Demuestra que  $\overline{PK}$  representa una de las alturas del  $\triangle CPB$ .

b) Si  $\text{sen} \angle KPQ = \frac{1}{2}$  y  $\overline{AB} = 4,0 \text{ cm}$ , calcula el volumen de la pieza.

