RESPUESTAS AL EXAMEN DE INGRESO A LA EDUCACIÓN SUPERIOR (2012-2013)

1.

1.1.

a) V.

b) F. Pues el dominio no incluye al cero.

c) V.

d) F. Pues el conjunto imagen es $\{y \in IR; y \geq -5\}$.

1.2.

1.2.1. b); 1.2.2. d); 1.2.3. c)

1.3.

1.3.1. $x \geq 2$; 1.3.2. (-1;4).

2. a) $\angle BGA = 90º$ por ser intersección de las diagonales del rombo

$\angle AFE = 90º$ por ser $\overline{AD} \perp \overline{EG}$.

Entonces $\angle BGA = \angle AFE$.

$\angle DAB = 120º$ por ser opuesto con el ángulo $\angle BCD = 120º$ en el rombo y como las diagonales del rombo bisecan los ángulos es $\angle GAB = 60º$.

$\angle EAF = 60º$ por ser adyacente con el ángulo $\angle DAB = 120º$.

Entonces $\angle DAB = \angle EAF$.

Finalmente se tiene que $\Delta AFE \sim \Delta BGA$ por tener dos ángulos respectivamente iguales, de donde se deduce la proporcionalidad $\dfrac{\overline{FA}}{\overline{AG}} = \dfrac{\overline{EF}}{\overline{BG}}$. **Q.e.d.**

b) Por el teorema del ángulo de 30º en el triángulo ΔBGA se tiene que $\overline{AB} = 2 \cdot \overline{AG} = 2(1{,}4) = 2{,}8$. Entonces

$P_{ABCD} = 4 \cdot \overline{AB} = 4(2{,}8) = 11{,}2$.

Entonces $P_{ABCD} \approx 11\ cm$.

3. a) Se tiene

$$
\begin{aligned}
2^{\log_{10} A(x)} \cdot 5^{\log_{10} A(x)} &= B(x) \\
2^{\log_{10} A(x)} &= B(x) \\
A(x) &= B(x) \\
\frac{sen^2 x + \cos 2x}{2\cos x} &= \frac{\cos^2 x + 1}{4} \\
2sen^2 x + 2(\cos^2 x - sen^2 x) &= \cos x(\cos^2 x + 1) \\
2\cos^2 x &= \cos^3 x + \cos x \\
\cos^2 x - 2\cos x + 1 &= 0 \\
(\cos x - 1)^2 &= 0
\end{aligned}
$$

Aquí se simplificó dividiendo por $\cos x \neq 0$, lo cual se garantiza por el dominio de $A(x)$. Entonces

$$\cos x = 1 \quad \Rightarrow \quad x = 0 \quad o \quad x = 2\pi \ .$$

Respuesta $S = \{0,\ 2\pi\}$.

b) Aquí es

$$\frac{\sqrt{2}}{2} + A\left(\frac{3\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{sen^2\left(\frac{3\pi}{4}\right) + \cos\left(2\frac{3\pi}{4}\right)}{2\cos\left(\frac{3\pi}{4}\right)}$$

$$= \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 + \cos\left(\frac{3\pi}{2}\right)}{-2\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)} = \frac{\sqrt{2}}{4} \quad .$$

$$= \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2}{-2\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)} = \frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{4} = \frac{\sqrt{2}}{4}$$

Q.e.d.

4. a) Sean a, b, c la cantidad de libros entregados respectivamente al preuniversitario A, B y C. Entonces

Se entregaron en total 340 libros

$a + b + c = 340$

El doble de la cantidad de ejemplares entregados al preuniversitario C, excede en 50 al número de los que se entregaron al B.

$2c = b + 50 \quad \Leftrightarrow \quad b = 2c - 50.$

El 45% de la cantidad de ejemplares correspondientes al preuniversitario C, es igual a la mitad de la cantidad de ejemplares entregada al A

$$\frac{45}{100}c = \frac{a}{2} \quad \Leftrightarrow \quad \frac{9}{10}c = a$$

Sustituimos las dos últimas ecuaciones en la primera ecuación

$$\frac{9}{10}c + 2c - 50 + c = 340 \quad \Rightarrow \quad c = 100$$

Calculamos las otras variables de las restantes ecuaciones:

$$a = \frac{9}{10}c = \frac{9}{10}100 = 90$$
$$b = 2c - 50 = 2(100) - 50 = 150$$
.

RESPUESTA: Se entregarán 90 ejemplares al preuniversitario A, 150 ejemplares al preuniversitario B y 100 ejemplares al preuniversitario C.

b) Aquí es

$$\frac{500}{150} = \frac{100}{x} \quad \Rightarrow \quad x = \frac{100 \cdot 500}{150} = 30$$
.

El número de ejemplares que fueron entregados al preuniversitario B representó el 25% del total de libros que había en el estante A.

5. a) Las caras de la pirámide recta son triángulos isósceles, donde altura y mediana relativas a la base coinciden. Entonces $\overline{GE}$ es mediana y por tanto E es punto medio de $\overline{AB}$. Pero entonces $\overline{FE}$ es paralela media del cuadrado de la base de la pirámide, siendo así perpendicular al lado del cuadrado. Entonces el triángulo AEF es rectángulo. **Q.e.d.**

b) Aquí es

$$V = V_{PRISMA} - V_{SEMIESFERA} = \overline{AB}^2\,\overline{GF} - \frac{1}{2}\frac{4}{3}\pi \overline{AF}^3 .$$

Pero $\overline{AC} = 8 = \sqrt{2} \cdot \overline{AB} \quad \Rightarrow \quad \overline{AB} = 4\sqrt{2}$

Así mismo, como el triángulo $ABCDEFG$ es isósceles de base $\overline{EG}$. Se tiene que $\overline{GF} = \overline{EF}$, de donde $\overline{GF} = 2\sqrt{2}$.

Entonces

$$V = (4\sqrt{2})^2(2\sqrt{2}) - \frac{2}{3}\pi 4^3 = 16\sqrt{2} - \frac{64}{3}\pi ,$$

Por lo que $V = \left(16\sqrt{2} - \dfrac{64}{3}\pi\right) u^3$.