

## EXAMEN DE INGRESO A LA EDUCACIÓN SUPERIOR (2012-2013)

1. Lee detenidamente y responde.

1.1. Clasifica las siguientes proposiciones en verdaderas (V) o falsas (F). Escribe V o F en la línea dada. De las que consideres falsas, justifica por qué lo son.

- a) \_\_\_ Si  $A$  y  $B$  son dos conjuntos de números reales y  $A \subset B$ , entonces  $A \setminus B = \emptyset$ .
- b) \_\_\_ El gráfico de la función  $h$  definida en  $\{x \in \mathbb{R}; x > 2\}$  por la ecuación  $y = \log_2(x-2)+1$ , interseca al eje de las ordenadas.
- c) \_\_\_ El valor de la pendiente  $m$  de cualquier recta paralela a la recta de ecuación  $y = 7$  es  $m = 0$ .
- d) \_\_\_ El conjunto imagen de la función  $g$  definida en  $\mathbb{R}$  por la ecuación  $y = |x| - 5$  es  $\{y \in \mathbb{R}; y \geq 5\}$ .

1.2. Selecciona la respuesta correcta marcando con una X en la línea dada.

1.2.1. Para la función  $g$  definida en  $\{x \in \mathbb{R}; x \geq 0\}$  por la ecuación  $y = \sqrt{x} + 1$ , se cumple que:

- a) \_\_\_  $g(3) < g(2)$ .
- b) \_\_\_ Es inyectiva.
- c) \_\_\_ Es par.
- d) \_\_\_ Existe un valor  $x_1$  del dominio de  $g$  para el cual  $g(x_1) = 0$

1.2.2. Si  $\alpha + \beta = \frac{\pi}{2}$  ( $\alpha \neq \beta$ ), entonces se cumple que:

- a) \_\_\_  $\operatorname{sen} \alpha = -\cos \beta$  b) \_\_\_  $\cos \alpha = \cos \beta$  c) \_\_\_  $\operatorname{sen} \alpha = \operatorname{sen} \beta$  d) \_\_\_  $\operatorname{sen} \alpha = \cos \beta$

1.2.3. Sea  $f$  una función definida de  $\mathbb{R}$  en  $\mathbb{R}$  por la ecuación  $y = 1 + 3x$ . Entonces la ecuación de la función inversa de  $f$  es:

- a) \_\_\_  $y = \frac{x+1}{3}$  b) \_\_\_  $y = \frac{-3}{x-1}$  c) \_\_\_  $y = \frac{x-1}{3}$  d) \_\_\_  $y = \frac{-3}{x} - 1$

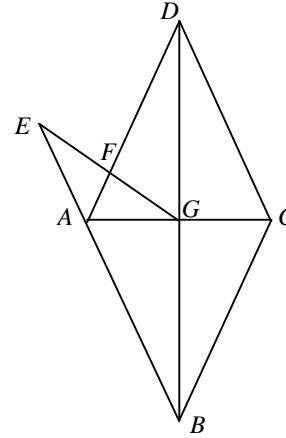
1.3. Completa los espacios en blanco de forma tal que se obtenga una proposición verdadera para cada caso:

1.3.1. Sea  $f$  una función definida de  $\mathbb{R}$  en  $\mathbb{R}$  por  $f(x) = x^3 - 5$ . Entonces  $f(x) \geq 3$  para todas las  $x \in \mathbb{R}$  tales que  $x \geq$  \_\_\_\_\_.

1.3.2. El centro  $O$  de la circunferencia de diámetro  $\overline{AB}$  con  $A(2;-3)$  y  $B(-4;5)$  tiene por coordenadas \_\_\_\_\_.

2. En la figura:

- $ABCD$  es un rombo.
- $G$  punto donde se intersecan las diagonales  $\overline{AC}$  y  $\overline{BD}$  del rombo  $ABCD$
- $\angle BCD = 120^\circ$ .
- Los puntos  $E, A$  y  $B$  están alineados.
- $\overline{AD} \perp \overline{EG}$  con  $F \in \overline{AD}$  y  $F \in \overline{EG}$



a) Demuestra que  $\frac{\overline{FA}}{\overline{AG}} = \frac{\overline{EF}}{\overline{BG}}$ .

b) Si  $\overline{AG} = 1,4 \text{ cm}$ , calcula el perímetro del rombo  $ABCD$ .

3. Sean las expresiones trigonométricas  $A(x) = \frac{\text{sen}^2 x + \cos 2x}{2 \cos x}$  y

$$B(x) = \frac{\cos^2 x + 1}{4}.$$

a) Determina los valores reales de  $x$  con  $0 \leq x \leq 2\pi$  para los cuales se cumple que  $2^{\log_{10} A(x)} \cdot 5^{\log_{10} A(x)} = B(x)$ .

b) Verifica que  $\frac{\sqrt{2}}{2} + A\left(\frac{3\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{2}}{4}$ .

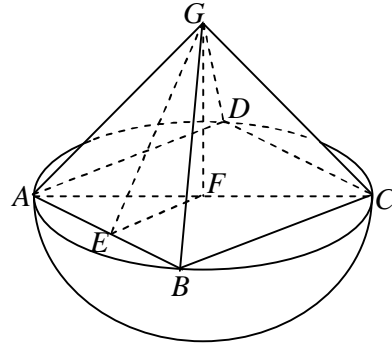
4. Una Dirección Municipal de Educación quiso estimular a estudiantes destacados de tres institutos preuniversitarios A, B y C, con la entrega de 340 ejemplares del libro "Diario del Che en Bolivia". Se conoce que el doble de la cantidad de ejemplares entregados al preuniversitario C, excede en 50 al número de los que se entregaron al B; mientras que el 45% de la cantidad de ejemplares correspondientes al preuniversitario C, es igual a la mitad de la cantidad de ejemplares entregada al A.

a) ¿Cuántos ejemplares del libro "Diario del Che en Bolivia" se entregaron a cada uno de los preuniversitarios?

b) Si la Dirección Municipal de Educación disponía de un total de 500 ejemplares ¿qué tanto por ciento de este total, representó el número de ejemplares que fueron entregados al preuniversitario B?

5. En la figura se muestra una pieza maciza de madera, formada por una semiesfera de centro  $F$  y diámetro  $\overline{AC}$ , y una pirámide recta  $ABCDG$ , cuya base es el cuadrado  $ABCD$  en la que se cumple que.

- La base de la pirámide está inscrita en la circunferencia que limita al círculo máximo de la semiesfera.
- $\overline{GE}$  es altura de la cara  $BGA$  de la pirámide.
- El triángulo  $ABCDEF$  es isósceles de base  $\overline{EG}$ .
- $\overline{AC} = 8,00 \text{ u}$ .



- Demuestra que el triángulo  $AEF$  es rectángulo.
- Calcula el volumen de la pieza.