RESPUESTAS AL EXAMEN DE INGRESO A LA EDUCACIÓN SUPERIOR (2012-2013)

1.

1.1.

a) V.

b) F. Pues $\sqrt{\sqrt[3]{-27}} = \sqrt{-3} \notin IR$.

c) F. Pues f no es inyectiva en su dominio de definición.

d) V.

1.2.

1.2.1. c); 1.2.2. a); 1.2.3. c)

1.3.

1.3.1. <u>2</u>; 1.3.2. <u>0</u>.

2. a) $\angle DOB = 90º$ por ser ángulo interior del rectángulo $ODCB$.

$\angle AOD = 90º$ por ser adyacente a $\angle DOB = 90º$.

$\angle CFB = 90º$ por dato.

Entonces $\angle CFB = \angle AOD$.

$\angle DCO = \angle BOC = 30º$ por alternos entre paralelas y $\angle BOC = \angle OAD = 30º$ por correspondientes entre paralelas

$\angle CBF = \angle OBF - \angle OBC = 120º – 90º = 30º$.

Entonces $\angle CBF = \angle OAD$.

Finalmente se tiene que $\Delta DOA \sim \Delta CFB$ por tener dos ángulos respectivamente iguales.

Q.e.d.

b) $ABCD$ es un trapecio rectángulo por ser $ODCB$ rectángulo y $\overline{AB}$ diámetro. Entonces

$$A_{ABCD} = \frac{1}{2}(\overline{AB} + \overline{DC})\overline{BC} .$$

En ΔCBO es $\tan 30º = \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{\overline{BC}}{\overline{OB}} = \frac{3}{\overline{OB}}$, de donde $\overline{OB} = 3\sqrt{3}$.

Además es $\overline{AB} = 2\overline{OB} = 6\sqrt{3}$. Entonces

$$A_{ABCD} = \frac{1}{2}(\overline{AB} + \overline{DC})\overline{BC} = \frac{1}{2}(6\sqrt{3} + 3\sqrt{3})3 = \frac{3}{2}9\sqrt{3} = \frac{27}{2}\sqrt{3} = 23{,}382 ,$$

Entonces $A_{ABCD} \approx 23\ cm^2$.

3. a) Se tiene

$$\begin{aligned}
P(x)-Q(X)=0 \quad &\Rightarrow \quad \frac{sen\,2x}{2\cos x}-\cos 2x=0\\
&\Rightarrow \quad \frac{2sen\,x\cos x}{2\cos x}-\cos 2x=0\\
&\Rightarrow \quad sen\,x-\cos 2x=0\\
&\Rightarrow \quad sen\,x-1+2sen^2 x=0\\
&\Rightarrow \quad 2sen^2 x+sen\,x-1=0\\
&\Rightarrow \quad (2sen\,x-1)(sen\,x+1)=0
\end{aligned}$$

Entonces

$$sen\,x=\frac{1}{2} \qquad o \qquad sen\,x=-1$$

$$x=\frac{\pi}{6},\ x=\frac{5\pi}{6} \qquad o \qquad x=\frac{3\pi}{2}\notin[0;\pi]$$

Respuesta $S=\left\{\frac{\pi}{6},\ \frac{5\pi}{6}\right\}$.

b) Aquí es

$$\log_2\left[1+Q\left(\frac{2\pi}{3}\right)\right]=\log_2\left[1+\cos\left(2\frac{2\pi}{3}\right)\right]=\log_2\left[1+\cos\left(\frac{4\pi}{3}\right)\right].$$

$$=\log_2\left[1-\frac{1}{2}\right]=\log_2\frac{1}{2}=-1$$

Entonces el dominio numérico más restringido al que pertenece el resultado es **Z**.

4. a) Sean a la cantidad de libros que había al principio en el estante A y b la cantidad de libros que había al principio en el estante B. Entonces

En el estante A había el doble de la cantidad de libros que en el B.

$a=2b$.

Se trasladaron 8 libros del estante A para el B, quedando en el B una cantidad de libros igual al 80% de los que quedaron en el estante A

$$b+8=\frac{80}{100}(a-8) \qquad \Leftrightarrow \qquad 5(b+8)=4(a-8)$$

Sustituimos en esta la primera ecuación

$$\begin{aligned}
5(b+8)&=4(2b-8)\\
5b+40&=8b-32\\
72&=3b\\
b&=24
\end{aligned}$$

Calculamos la otra variable de la primera ecuación: $a=48$.

RESPUESTA: Al principio habían 48 libros en el estante A y 24 libros en el estante B.

b) Se deben trasladar 12 libros, lo que representa el 25% de la cantidad de libros que había en el estante A.

5. a) Como el prisma es recto y $\overline{PQ}$ es altura, $\overline{PQ}$ es perpendicular al plano de la base.

$\overline{PK}$ es oblicua al plano de la base.

$\overline{QK}$ es proyección de la oblicua $\overline{PK}$ sobre el plano de la base.

$\overline{QB} = \overline{QC}$ por ser mitades de las diagonales del cuadrado, por lo que ΔCQB es isósceles de base $\overline{BC}$. Como K es punto medio de $\overline{BC}$, entonces $\overline{QK}$ es mediana y altura relativa al lado $\overline{BC}$, de donde $\overline{QK} \perp \overline{BC}$.

Por el teorema de las tres perpendiculares es $\overline{PK} \perp \overline{BC}$ y por tanto $\overline{PK}$ representa una de las alturas del ΔCPB. **Q.e.d.**

b) Aquí es

$$V = V_{PRISMA} - V_{PIRÁMIDE} = \overline{AB}^2\,\overline{PQ} - \frac{1}{3}\left(\frac{1}{2}\overline{BC}\cdot\overline{QK}\right)\overline{PQ}$$

$$V = \left[\overline{AB}^2 - \frac{1}{3}\left(\frac{1}{2}\overline{AB}\cdot\frac{\overline{AB}}{2}\right)\right]\overline{PQ}$$

.

Pero $sen\angle KPQ = \frac{1}{2}$ implica que $\angle KPQ = 30^{o}$ y por el teorema respectivo es $\overline{PK} = 2\overline{QK} = 4$ y $\overline{PQ} = 2\sqrt{3}$.

Entonces

$$V = \left[4^2 - \frac{1}{3}\left(\frac{1}{2}4\cdot\frac{4}{2}\right)\right]2\sqrt{3} = \frac{88}{3}\sqrt{3} = 50{,}8\,,$$

Por lo que $V \approx 51 cm^3$.