

EXAMEN DE INGRESO A LA EDUCACIÓN SUPERIOR 2017 (I)

1. Lee detenidamente y responde.

1.1. Clasifica las siguientes proposiciones en verdaderas (V) o falsas (F). Escribe V o F en la línea dada. De las que consideres falsas, justifica por qué lo son.

a) ___ Sean **A** y **B** dos conjuntos, tales que $A \subset B$, entonces $A \cap B = \emptyset$.

b) ___ El conjunto imagen de la función **h** definida en $\{x \in \mathbb{R} : x > 0\}$ por la ecuación $h(x) = \frac{1}{x} + 2$ es $\{y \in \mathbb{R} : y \neq 2\}$.

c) ___ Al calcular $3^{2+\log_3 4}$ se obtiene como resultado 36.

1.2. Selecciona la respuesta correcta marcando con una X en la línea dada.

1.2.1. La velocidad (**v**) de un cuerpo en caída libre desde una altura (**h**) se calcula mediante la expresión $v = \sqrt{2hg}$, donde $g = 9,8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$, si la velocidad que alcanza un cuerpo en caída libre es de 28 s^{-1} , entonces el cuerpo cae desde una altura de:

a) ___ 10 m b) ___ 40 m c) ___ 4,0 m d) ___ 20 m

1.2.2. Para la función **f** definida en $\{x \in \mathbb{R} : x > -2\}$ por la ecuación

$f(x) = \log_{\frac{1}{2}}(x + 2) - 1$ se cumple que:

a) ___ Es impar b) ___ La ecuación de su asíntota vertical es $y = -1$.

c) ___ Es monótona creciente. d) ___ Su cero es $x_0 = -\frac{3}{2}$.

1.3. Completa los espacios en blanco de forma tal que se obtenga una proposición verdadera para cada caso:

Si **O** es el punto de intersección de las diagonales \overline{AC} y \overline{BD} de un rectángulo **ABCD** con **A**(1 ; 1) y **C**(5 ; 4), entonces:

1.3.1. El punto **O** tiene coordenadas _____.

1.3.2. Las diagonales del rectángulo tienen una longitud de _____ u.

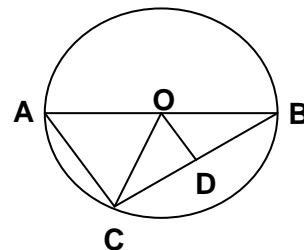
2. En la figura se muestra una circunferencia de centro **O** y diámetro \overline{AB} .

- **C** es un punto de la circunferencia,

- **D** es punto medio de \overline{BC} .

a) Demuestra que $\overline{AC} = \frac{\overline{AB} \cdot \overline{OD}}{\overline{OC}}$.

b) Si el $\angle OCB = 30^\circ$, prueba que el $\triangle AOC$ es equilátero.



3. Dadas las expresiones trigonométricas $A(x) = 2 + \cos 2x$ y $B(x) = \cos x$.
- a) Determina los valores reales de x con $0 < x \leq \pi$ para los cuales se cumple

$$5^{A(x)} = \frac{1}{(125)^{-B(x)}}.$$

- b) Verifica que para $x = \pi$ se cumple la igualdad $\frac{A(x)}{B(x)} = -3$.

4. Al graduarse de bachiller un estudiante compró un álbum para colocar todas las fotos que tenía con sus compañeros de estudio, se conoce que en cada hoja del álbum colocó solo una foto. Cuando terminó de colocarlas observó que le quedaba el 25% de la cantidad de hojas del álbum sin fotos y además que el doble de la cantidad de fotos que tenía excedía en 24 al total de hojas del álbum. ¿Cuántas hojas del álbum quedaron sin fotos?

5. En la figura se muestra representado el prisma recto **ABCDEFGH** cuya base inferior es el rectángulo **ABCD** y en su interior se encuentra la pirámide oblicua **DMCH** de base **DMC** y altura **HD**. El triángulo base de la pirámide es isósceles y rectángulo en **M**.

- $M \in \overline{AB}$.

- a) Demuestra que el triángulo **HMC** es rectángulo.

b) Si $\overline{MD} = 6,0$ cm, $\overline{AD} = 3\sqrt{2}$ cm y el $\angle HMD = 60^\circ$, calcula la diferencia entre el volumen del prisma y el volumen de la pirámide.

