

COMPENDIO DE EXÁMENES DE INGRESO A LA EDUCACIÓN SUPERIOR

Compilación M.Sc. Yonjaner Martínez Sánchez

La Habana
Enero de 2019

Temario IC. 2010.

1. Lee detenidamente y responde.

1.1. Clasifica las siguientes proposiciones en verdadera (V) o falsa (F). Justifica las falsas.

- a) ___ El conjunto de los números irracionales es un subconjunto del conjunto de los números reales.
- b) ___ La función definida en \mathbb{R} por $f(t) = -t+1$ es creciente en todo su dominio.
- c) ___ La función g definida en \mathbb{R} por la ecuación $g(x) = 2x^3$ es impar.
- d) ___ Toda ecuación de la forma $ax^2+bx+c=0$ tiene al menos una solución real.

1.2 Selecciona la respuesta correcta marcando con una X en cada caso.

1.2.1 El valor numérico de k , si $k = \frac{1}{x} + 1$ para $-1 < x < 0$, es necesariamente:

- a) ___ $k > 0$ b) ___ $k > 1$ c) ___ $k < 0$ d) ___ $-1 < k < 0$

1.2.2 Los valores reales de x que cumplen la condición $\left(\frac{1}{4}\right)^{x+1} - 1 \leq 0$ son:

- a) ___ $x \geq -1$ b) ___ $x \leq -1$ c) ___ $-1 \leq x \leq 0$ d) ___ $-1 \leq x < 0$

1.2.3 Si r_1 y r_2 son rectas paralelas, P_1 punto de r_1 y P_2 punto de r_2 , entonces la distancia entre r_1 y r_2 es necesariamente:

- a) ___ Igual a la distancia de P_1 a P_2 b) ___ Menor o igual que la distancia de P_1 a P_2
- c) ___ Mayor que la distancia de P_1 a P_2 d) ___ Mayor o igual que la distancia de P_1 a P_2

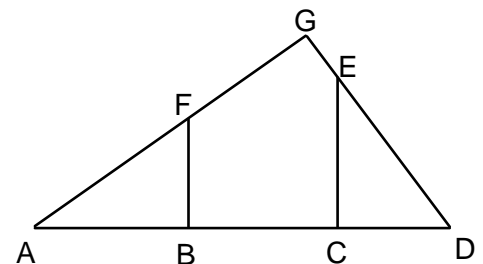
1.3 Completa los espacios en blanco de forma que obtengas una proposición verdadera en cada caso:

1.3.1 El dominio de la función f con $f(x) = \log|x|$ es _____

1.3.2 Sea r_1 una recta que pasa por los puntos $(0; -1)$ y $(2; 1)$ y r_2 , una recta que interseca a la recta r_1 en el punto $(2; 1)$. Si $r_1 \perp r_2$ en el punto $(2; 1)$, entonces la abscisa del punto de intersección de la recta r_2 con el eje de las x es _____.

2. En la figura, DGA es un triángulo rectángulo en G , en el cual B y C son puntos del lado \overline{AD} , $E \in \overline{GD}$ y $F \in \overline{AG}$. $\overline{FB} \parallel \overline{EC}$, $\overline{EC} \perp \overline{AD}$, $\overline{EC} = \overline{BC}$, $\angle CED = \alpha$, $\overline{EC} = 4,0$ cm y B punto medio de \overline{AC} . $\triangle ECD = \triangle ABF$. Datos: $\text{sen}\alpha = 0.6$ $\text{cos}\alpha = 0.8$, $\text{tan}\alpha = 0.75$

- a) Demuestra $\triangle DGA \sim \triangle ABF$ y calcula la razón de semejanza.
- b) Calcula el valor del área del pentágono $BCEGF$.



3. Determina el conjunto solución de la ecuación $\log(4 - \cos^2 x - 6 \cos x \cdot \tan x) = 1$ en el intervalo $[0; 2\pi]$.

4. El precio de una tonelada de cierta materia prima en el mercado mundial al cierre del año 2009 era el doble que en enero de 2002. De enero a abril de 2010 aumentó en 20 dólares más. La tonelada de esa materia prima, producirla en Cuba costaba una vez y media que el precio que tenía en enero de 2002 en el mercado mundial. Si en lugar de comprar 225 toneladas en el mercado mundial por el precio que costaba en abril de 2010, se hubiese comprado solo la tercera parte de esa cantidad en este mercado, y el resto se hubiera producido en Cuba, el gasto hubiera sido de 7500 dólares menos.

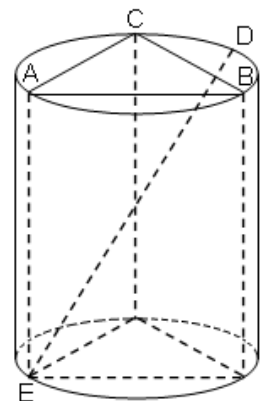
- ¿Cuál era el precio de la tonelada de esta materia prima en enero de 2002?
- Determina en cuánto aumentó el precio de la tonelada de dicha materia prima desde enero del 2002 hasta abril de 2010.

5. La figura representa una pieza cilíndrica maciza de 3,0 cm de radio, de la cual se quiere obtener un prisma recto, cuyas bases son triángulos equiláteros inscritos en las bases del cilindro. La base superior del prisma es el triángulo ABC. Además, se conoce que:

- E es la proyección de A en la base inferior del prisma,
- D es el punto medio del arco BC.

a) Calcula el valor del volumen del prisma.

b) Calcula cuántos cm^3 de material se desperdicia al obtener el prisma, si $\overline{ED} = 10$ cm.



Temario IIC. 2010.

1. Lee detenidamente y responde.

1.1. Clasifica las siguientes proposiciones en verdaderas (V) o falsas (F). Justifica las falsas.

- a) ____ El dominio de la función h , con $h(x) = \sqrt{x}$ es $\{x \in \mathbb{R}\}$.
- b) ____ La expresión $\frac{1}{x-1} + 1$ es positiva para $\{x \in \mathbb{R}: x < 0 \text{ o } x > 1\}$.
- c) ____ El conjunto imagen de la función g definida en el conjunto de los números reales por $g(x) = 0,2^{x-1}$ es $\{y \in \mathbb{R}: y > 0\}$.
- d) ____ La función f definida en \mathbb{R} por $f(x) = |x| - 1$ no tiene ceros.

1.2. Selecciona la respuesta correcta marcando con una X en cada caso.

1.2.1. El conjunto numérico más restringido al cual pertenece -1,5 es:

- a) ____ \mathbb{Q}_+ b) ____ \mathbb{Z} c) ____ \mathbb{Q} d) ____ \mathbb{R}

1.2.2. Sean las rectas r_1 y r_2 de ecuaciones $r_1: (\beta + 2)x - y - 1 = 0$ y $r_2: y = \beta^2 x + 2$. Para que las rectas r_1 y r_2 no tengan puntos comunes en el plano, los valores que puede tomar β son:

- a) ____ 2 o 1 b) ____ 2 o -1 c) ____ -1 o -2 d) ____ -2 o 1

1.3. Completa los espacios en blanco de forma que obtengas una proposición verdadera en cada caso.

1.3.1. Sean A y B dos puntos del plano α con la $d(A, B) = 2\sqrt{2}$ u, $A(0; 3)$ y $B(x; 1)$, entonces las coordenadas de B si pertenece al primer cuadrante son _____

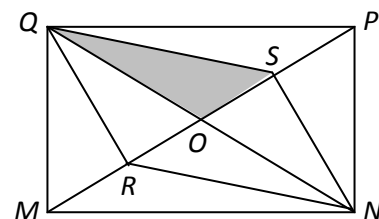
1.3.2. Los valores de x para los cuales está definida la expresión $\log_x 5$ son _____.

1.3.3. Si $m = \log_2(n-1)$ para todo $n > 1$, entonces al despejar n se obtiene $n =$ _____

2. En la figura \overline{QN} es una de las diagonales del rectángulo MNPQ y RNSQ un cuadrilátero. Los puntos M, R, O, S y P están alineados, $\overline{QM} \perp \overline{MP}$ y el $\angle PSN = 90^\circ$.

a) Prueba que RNSQ es un paralelogramo.

b) Si el perímetro del rectángulo es 28 cm, $\overline{MO} = 6,0$ cm, $\overline{MR} = 3,6$ cm y $\overline{OR} = 4,8$ cm. Calcula aproximadamente el valor del área de la región sombreada.



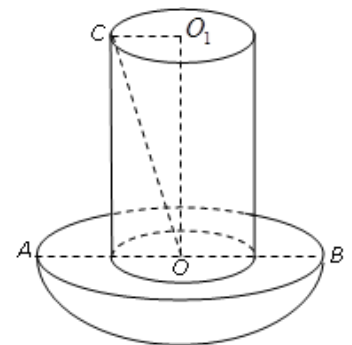
3. Determina los valores de $x \in \mathbb{R}$ que cumple la siguiente igualdad $\left(\frac{1}{5}\right)^{\cos 2x} \cdot 5^{\frac{0,5 \sin 2x}{\cos x}}$.

4. La reducción de la demanda del consumo de energía de las empresas A y B resulta imprescindible para la economía actual de un municipio. En el mes de enero el duplo del consumo de la empresa A excedió en 1000 kWh a lo consumido por la empresa B. El cumplimiento estricto de las medidas de ahorro hizo que en el mes de febrero la empresa A disminuyera su consumo en un 10%, mientras que la empresa B lo disminuyó en 2 000 kWh con respecto al mes anterior. En este último mes el consumo entre ambas empresas fue de 8600 kWh.

- ¿Cuál fue el consumo de cada empresa en el mes de enero?
- ¿Qué tanto porciento representa la disminución del consumo conjunto de las dos empresas en febrero con respecto al que tuvieron ambas en el mes de enero?

5. La figura muestra una pieza con forma de remache macizo compuesta por una semiesfera de centro O y diámetro \overline{AB} sobre la que se ha superpuesto un cilindro circular recto.

- O_1 es el centro de la base superior del cilindro y $\overline{O_1C}$ un radio,
- $\overline{OO_1} \perp \overline{AB}$,
- $\overline{OB} = 2\overline{O_1C}$,
- $\overline{OB} = 6,0\text{mm}$,
- El $\angle OCO_1 = \alpha$.



- Calcula el valor del volumen del remache.
- Di si es posible producir 1000 remaches con estas dimensiones, si se dispone de $1,0\text{dm}^3$ de aluminio fundido. Fundamenta su respuesta a través de cálculos.

Datos auxiliares:

$$\sin \alpha = 0,8944 \quad \cos \alpha = 0,4472 \quad \tan \alpha = 2,0000 \quad \cot \alpha = 0,5000$$

Temario IIIC. 2010.

1. Lee detenidamente y responde.

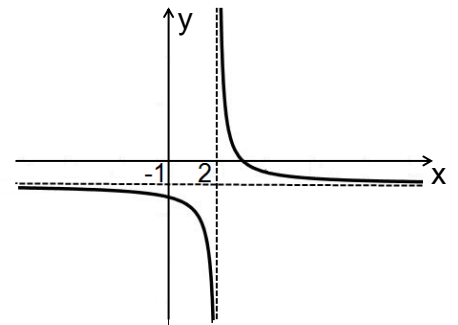
1.1. Clasifica las siguientes proposiciones en verdaderas (V) o falsas (F). Justifica las falsas.

- a) ____ Si a es un número real, entonces \sqrt{a} siempre está definida en \mathbb{R} .
- b) ____ Sean $A = \{0; 1; 2; 8\}$ y $B = \{0; 2; 4; 16\}$. Si $g = \{(0; 0), (1; 2), (2; 4), (8; 16)\}$ representa una correspondencia definida de A en B , entonces g es una función.
- c) ____ La función f definida en \mathbb{R} por la expresión $f(x) = 2\cos x$ es inyectiva.
- d) ____ La función definida en \mathbb{R} de ecuación $y = |x| + 2$ es par.

1.2. Selecciona la respuesta correcta marcando con una X en cada caso.

1.2.1. Si el gráfico corresponde a una función cuya ecuación tiene la forma $y = \frac{1}{x-a} + b$, entonces su ecuación es:

- a) ____ $y = \frac{1}{x+2} + 1$ b) ____ $y = \frac{1}{x-2} - 1$
- c) ____ $y = \frac{1}{x+2} + 3$ d) ____ $y = \frac{1}{x-2} + 1$



1.2.2. Los ceros de la función definida en \mathbb{R} de ecuación $y = x^2 + 3x - 10$ son:

- a) ____ $x_1 = 2$ y $x_2 = 5$ b) ____ $x_1 = -2$ y $x_2 = -5$ c) ____ $x_1 = -2$ y $x_2 = 5$ d) ____ $x_1 = 2$ y $x_2 = -5$

1.2.3. La fracción algebraica dada por $M(t) = \frac{x^2 + 5}{x^3 + x^2 - 4x + 6} - 1$ está definida para:

- a) ____ $\{x \in \mathbb{R}; x \neq -3\}$ b) ____ $\{x \in \mathbb{R}; x \neq 3\}$ c) ____ $\{x \in \mathbb{R}; x \neq -6\}$ d) ____ $\{x \in \mathbb{R}; x \neq -2\}$

1.3. Completa los espacios en blanco de forma que obtengas una proposición verdadera en cada caso.

Si los vértices del trapecio isósceles ABCD de bases \overline{AB} y \overline{DC} tienen como coordenadas $A(-2; 0)$, $B(0; 2)$, $C(4; 0)$ y $D(0; -4)$, entonces:

- a) La longitud de la base mayor es de _____ unidades.
- b) La paralela media corta al lado \overline{BC} en el punto P de coordenadas _____.

2. Sean las expresiones $A(x) = \log_5(\cos 2x + 2\sin x + 3)$ y $B(x) = 2\log_{25}(2 - \sin x)$:

- a) Calcula $5^{A(x)}$ para $x = \frac{5\pi}{2}$.
- b) ¿Para qué valor de $x \in [0; 2\pi]$ se cumple que $A(x) = B(x)$?

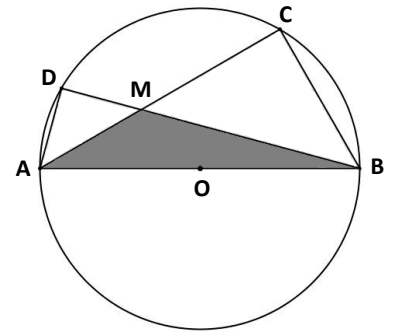
3. En la circunferencia de centro en O y diámetro $\overline{AB} = 10$ cm se tiene que:

- C y D son puntos de la circunferencia,
- El $\angle CAB = 30^\circ$,
- M es el punto de intersección de \overline{AC} y \overline{DB} ,
- Triángulo BCM es isósceles de base \overline{MB} .

a) Prueba que los triángulos MDA y BCM son semejantes.

b) Calcula el valor del área sombreada.

c) Verifica que M divide a \overline{AC} en la razón 0,73.



4. En un CDR de 36 núcleos familiares, clasificados en pequeños y grandes, se organizó la despedida de los jóvenes que ingresan al Servicio Militar Activo (SMA). Para la actividad se recaudaron 280 pesos. Los núcleos pequeños aportaron 5 pesos cada uno y los grandes entregaron 15 pesos por núcleo.

a) ¿Cuántos núcleos familiares de cada tipo integran el CDR?

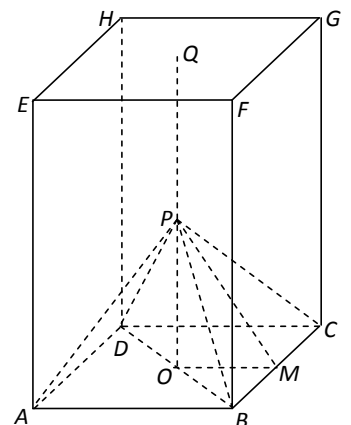
b) Si a cada joven se le entregó un ejemplar del libro “Che Guevara en la juventud”, los que se compraron con el 35% del dinero recaudado por las familias de núcleos pequeños por un valor de 9,10 pesos cada libro. ¿Cuántos jóvenes del CDR se incorporan al SMA?

5. La pieza maciza de madera representada en la figura es un prisma recto de base cuadrada, donde O y Q son centros de las bases y $\overline{DB} = 8,0$ cm es la diagonal de la base inferior. De la pieza se extrae una parte en forma de pirámide recta ABCDP que cumple las siguientes condiciones:

- La base coincide con la base inferior del prisma,
- P es el punto medio de \overline{OQ} ,
- El triángulo OMB es rectángulo en M.

a) Verifica que \overline{MP} es la altura relativa al lado de la cara CPB de la pirámide.

b) Calcula el valor del volumen del cuerpo que se obtiene al extraer la pirámide de la pieza maciza de madera si el $\angle DBP = 60^\circ$.



Temario IC. 2011.

1. Lee detenidamente y responde.

1.1. Clasifica las siguientes proposiciones en verdaderas (V) o falsas (F). Justifica las falsas.





- a) ☐ Toda expresión decimal infinita no periódica representa un número irracional.
- b) ☐ Las funciones definidas en \mathbb{R} por la ecuación de la forma $y=ax^2+bx+c$, donde a , b y c son números reales y $a < 0$, alcanza el valor mínimo en la abscisa del vértice $V(x_v; y_v)$ de la parábola.
- c) ☐ El gráfico de la función f definida en \mathbb{R} de ecuación $f(x) = x^3 + 8$ interseca al eje de las abscisas en el punto de coordenadas $(-2; 0)$.
- d) ☐ La expresión $\log_{0,2} 3x$ está definida para todo $\{x \in \mathbb{R}; x \neq 0\}$.

1.2. Selecciona la respuesta correcta marcando con una X en cada caso.

1.2.1. La función real de ecuación $y=3^{x+2}$:

- a) ____ es par b) ____ es inyectiva
- c) ____ tiene imagen $\{y \in \mathbb{R}; y \geq 0\}$ d) ____ es monótona decreciente

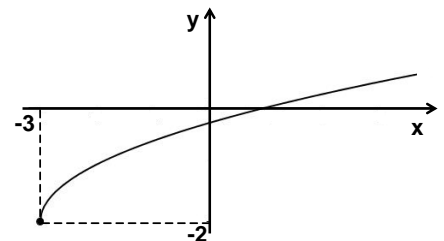
1.2.2. Sea $A(t) = \frac{4(t-1)(t^2+4)}{t-4}$, entonces la solución gráfica de $A(t) \leq 0$ es:

- a)  b)  c)  d) 

1.3. Completa los espacios en blanco de forma que obtengas una proposición verdadera en cada caso:

1.3.1. El gráfico corresponde a la función de ecuación

$y = \sqrt{x+3} - 2$. El intervalo donde la función es negativa es

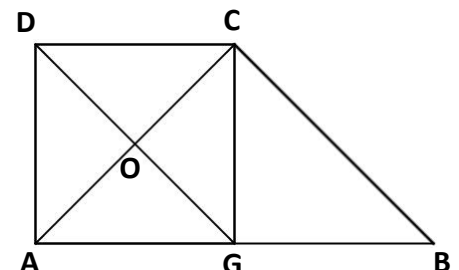


1.3.2. Si los puntos $A(1; 1)$, $B(5; 3)$, $C(3; 7)$ y $D(-1; 5)$ tomados en ese orden son los vértices de un cuadrado, entonces:

- a) El perímetro del cuadrado es _____.
- b) La pendiente de la recta que contiene al lado \overline{AD} es $m =$ _____.

2. En la figura AGCD es un cuadrado, O es el punto de intersección de las diagonales \overline{AC} y \overline{DG} . Además A, G y B son puntos alineados y $\overline{DG} \parallel \overline{BC}$.

- Prueba que los triángulos DAG y BCA son semejantes.
- Si el área del cuadrilátero ABCD es de 72 cm^2 , calcula el valor del área del triángulo AOG.



3. Sean las expresiones trigonométricas $A(x) = \frac{\sin 2x \cdot \cos^2 x - 2 \sin^3 x \cdot \cos x}{\sin 2x}$ y $B(x) = \cos 2x$:

- Demuestra que para todos los valores admisibles de la variable se cumple que $A(x) = B(x)$.
- Determina los valores de $x \in [0; \pi]$ tal que $\sqrt{1 - B(x)} = 1$.

4. Entre dos brigadas de trabajo tienen que llenar en un día un total de 360 cajas de tomates. A las 10:00 a.m. la primera brigada había llenado el 40% de la cantidad de cajas de tomate que debía recoger para cumplir su norma y la segunda brigada el 20% de las que le correspondía recolectar, por lo que faltaría por recoger entre ambas las dos terceras partes del total de cajas que debían recoger en el día. Al finalizar el día cada brigada logró llenar las cajas de tomates que se había propuesto.

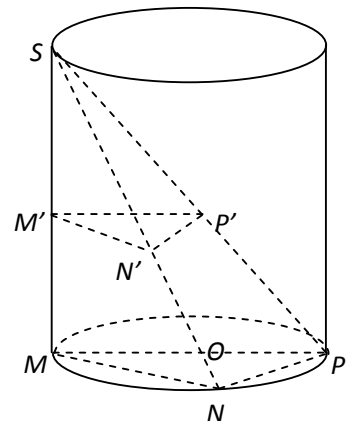
- ¿Cuántas cajas de tomate recolectó cada brigada en el día?
- Si cada caja contiene como promedio un total de 50 lb de tomates ¿es posible cumplir con un pedido de 2 540 kg de tomates para una fábrica de conserva, solamente con la cantidad recolectada por la segunda brigada? ($1 \text{ kg} \approx 2,17 \text{ lb}$)

5. En la figura se muestra el cilindro circular recto de altura \overline{SM} y en su interior la pirámide oblicua MNPS de base triangular tal que:

- N es un punto de la circunferencia de centro O y diámetro \overline{MP} ,
- $\triangle MNP$ es isósceles de base \overline{MP} ,
- M' , N' , P' son puntos medios de \overline{MS} , \overline{NS} y \overline{PS} respectivamente.

a) Prueba que el triángulo SNP es rectángulo.

b) Si $\overline{SN} = 12 \text{ cm}$ y el $\angle NSP = 30^\circ$, calcula el valor del volumen del cuerpo $MNPM'N'P'$.



Temario IIC. 2011.

1. Lee detenidamente y responde.

1.1. Clasifica las siguientes proposiciones en verdaderas (V) o falsas (F). Justifica las falsas.

- a) ___ La correspondencia definida de \mathbb{Z} en \mathbb{Z} , donde a cada número entero n se le hace corresponder su valor absoluto es una función.
- b) ___ La función f definida en \mathbb{R} a través de la ecuación $f(x) = x^2 + 1$ es inyectiva.
- c) ___ El conjunto de las raíces cuadradas de los números enteros es un subconjunto del conjunto de los números reales.
- d) ___ La operación de sustracción no siempre puede realizarse en el conjunto de los números naturales.

1.2. Selecciona la respuesta correcta marcando con una X en cada caso.

1.2.1. La función definida en el intervalo $[0; 2\pi]$ por la ecuación $y = \sin x$ es decreciente y positiva en el intervalo:

- a) ___ $(0; \pi)$ b) ___ $\left(\pi; \frac{3\pi}{2}\right]$ c) ___ $\left[\frac{\pi}{2}; \pi\right)$ d) ___ $\left(\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}\right]$

1.2.2 El conjunto imagen de la función h , definida para $\{x \in \mathbb{R}; x \neq 2\}$ por la ecuación $h(x) = \frac{1}{x-2} + 1$ es:

- a) ___ $\{y \in \mathbb{R}\}$ b) ___ $\{y \in \mathbb{R}; y \neq 2\}$ c) ___ $\{y \in \mathbb{R}; y \neq 1\}$ d) ___ $\{y \in \mathbb{R}; y \neq -1\}$

1.2.3. Sean $A(1; 1)$, $B(4; 2)$, $C(5; 5)$ y $D(2; 4)$ los vértices del paralelogramo ABCD. Se puede afirmar que el paralelogramo es un:

- a) ___ rectángulo b) ___ rombo c) ___ cuadrado

1.3. Completa los espacios en blanco de forma que obtengas una proposición verdadera en cada caso.

1.3.1. Sea la recta r de ecuación $ax + by - 1 = 0$. El valor que debe tomar "a" para que el punto $M(1; 0)$ pertenezca a la recta r , es _____

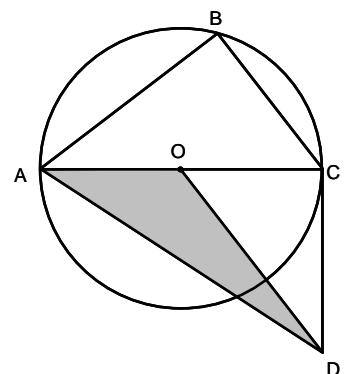
1.3.2. Los valores reales para los cuales se cumple la condición $(0,25)^x > 1$ son _____.

2. En la figura se muestra la circunferencia de centro en O y diámetro d. Además, se conoce que:

- A, B y C pertenecen a la circunferencia, $\overline{AC} = d$,
- \overline{DC} es tangente a la circunferencia en el punto C y $\overline{BC} \parallel \overline{OD}$.

a) Prueba que $d = \frac{\overline{OD} \cdot \overline{AB}}{\overline{CD}}$.

b) Si la longitud de la circunferencia es igual a 31,4 cm y $\overline{BC} = 6,0$ cm, calcula el valor del área sombreada.



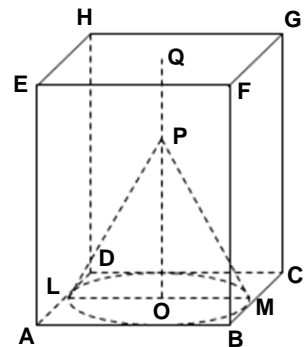
3. Sean las expresiones $A = \log_6 3,6 + \log_6 10 - \frac{\cos 4\pi}{2}$ y $B(x) = 3^{\log_3 \sin 2x}$:

- Comprueba que $A = 1,5$.
- Determina los valores de $x \in \mathbb{R}$ tal que $B(x) - \cos x = 0$.

4. En un concurso de conocimientos y habilidades participaron dos equipos A y B integrados por estudiantes de dos institutos preuniversitarios. La puntuación obtenida por el equipo A excede en 100 al duplo de la obtenida por el equipo B. Si consideramos el 40% del total de los puntos alcanzados por los dos equipos, entonces la diferencia de esa cantidad con la puntuación obtenida por el equipo B, es igual a 50 ¿Cuántos puntos más obtuvo el equipo ganador con respecto al perdedor?

5. La pieza maciza de madera, representada en la figura, es un prisma recto de base cuadrada, en el cual se hará una perforación en forma de cono circular recto, que cumple las condiciones siguientes:

- La base del cono está inscrita en la base inferior del prisma.
- Los puntos Q y O son los centros de las bases del prisma,
- $P \in \overline{QO}$,
- \overline{LM} es diámetro,
- $\angle LPM = 60^\circ$.
- La longitud de cualquier generatriz del cono es 2,0 dm.
- La longitud de la altura \overline{OP} del cono es $\frac{2}{3}$ de la longitud de la altura \overline{QO} del prisma,



- Calcula el volumen de la pieza de madera antes de la perforación.
- Si el área total del prisma antes de la perforación es $28,78 \text{ dm}^2$, calcula el valor del área total de la pieza que se obtiene después de realizar la perforación.

Temario IIIC. 2011.

1. Lee detenidamente y responde:

1.1 Clasifica las siguientes proposiciones en verdaderas (V) o falsas (F). Justifica las falsas.

- a) ___ El número $0,\overline{123}$ pertenece al conjunto de los números racionales positivos.
 b) ___ Si al número 2 lo elevamos al logaritmo en base 2 de 5, el resultado es un número par.
 c) ___ La correspondencia definida de \mathbb{N} en \mathbb{N} donde a cada número natural n entre 10 y 99, se le hace corresponder sus divisores es una función.
 d) ___ La función de variable real f definida por $f(x) = \sqrt{x-1}$ tiene como imagen al conjunto de los números reales mayores o iguales que cero.

1.2. Selecciona la respuesta correcta marcando con una X en cada caso.

1.2.1. Los valores reales de x que satisfacen la inecuación $\frac{3}{x} \geq 1$ son:

- a) ___ $x \geq 3$ b) ___ $0 < x \leq 3$ c) ___ $0 \leq x < 3$ d) ___ $x \neq 0$

1.2.2. La pendiente de la mediatriz del segmento cuyos extremos son los puntos de coordenadas (2; 0) y (0; 4) es:

- a) ___ $m = -\frac{1}{2}$ b) ___ $m = \frac{1}{2}$ c) ___ $m = -2$ d) ___ $m = 2$

1.3. Completa los espacios en blanco de forma que obtengas una proposición verdadera en cada caso.

1.3.1. Las coordenadas del vértice de la parábola de ecuación $y = (x-3)^2 - 7$ son _____.

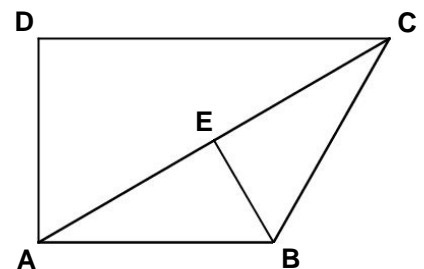
1.3.2. Los valores reales de a para los cuales la función g de ecuación $g(t) = a^t$ es monótona decreciente son _____.

1.3.3. Si los vértices de un rectángulo ABCD tienen coordenadas A(1 ; 0), B(2 ; 3), C(-1 ; 4) y D(-2 ; 1), entonces la longitud de sus diagonales es _____ unidades.

2. En la figura ABCD es un trapecio de bases \overline{AB} y \overline{DC} y altura \overline{AD} . Además, se conoce que:

- \overline{AC} es diagonal del trapecio y $\overline{AB} = \overline{BC}$,
- $E \in \overline{AC}$ y $\overline{AC} \perp \overline{BE}$,
- $\overline{EC} = 4,0 \text{ cm}$,
- El $\angle BCD = 60^\circ$.

- a) Prueba que los triángulos CDA y CEB son semejantes.
 b) Calcula el valor del área del trapecio ABCD.



3. Dadas las expresiones $A(x) = \left(\sqrt[3]{2}\right)^{\cos 2x + 2}$ y $B(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^{\sin x \cdot \cot x}$:

- Comprueba que $A(\pi) = 2$.
- Determina los valores reales de x para los cuales se cumple que $A(x) = B(x)$.

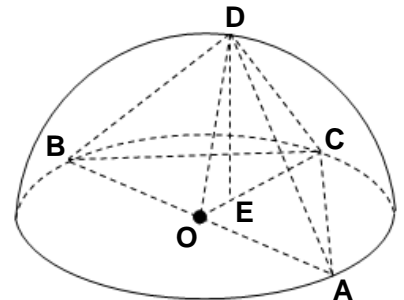
4. En una fábrica se produce harina y se envasa en paquetes de 20 y 25 kg. En el primer trimestre del año 2010, se produjo un total de 45 000 kg de harina, mientras que, en el segundo trimestre del propio año, debido a un aumento en la demanda de paquetes de 20 kg, se decidió incrementar la cantidad de estos en un 40% y reducir en un quinto la cantidad de paquetes de 25 kg. Si en este segundo trimestre se produjeron 2 200 paquetes.

- ¿Cuántos paquetes de cada tipo se produjo en el primer trimestre del 2010?
- ¿Qué cantidad de harina se envasó en paquetes de 20 kg durante el semestre?

5. A partir de una pieza maciza en forma de semiesfera de centro O y diámetro \overline{AB} , de volumen igual a 57 dm^3 se quiere obtener la pirámide de base triangular $ACBD$ como se muestra en la figura, de la cual se conoce que:

- D es un punto de la superficie esférica,
- $E \in \overline{OC}$,
- El triángulo ACB es isósceles de base \overline{AB} y está inscrito en la circunferencia de centro O ,
- \overline{DE} es la altura de la pirámide.

- Demuestra que \overline{DO} es altura del triángulo ABD , relativa al lado AB .
- Calcula el valor del volumen del material que se desecha luego de obtener la pirámide de la pieza maciza inicial si $\overline{OE} = 1,0 \text{ dm}$.



Temario IC. 2012.

1. Lee detenidamente y responde.

1.1. Clasifica las siguientes proposiciones en verdaderas (V) o falsas (F). Justifica las falsas.

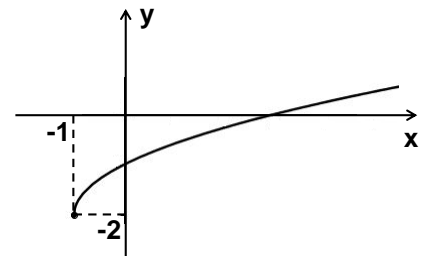
- a) ___ La correspondencia definida de \mathbb{R} en \mathbb{R} que a cada número real le asocia el número 3 es una función.
- b) ___ El conjunto imagen de la función h definida en \mathbb{R} por la ecuación $h(x) = 2^{x-3} - 8$ es $\{y \in \mathbb{R}; y \geq 8\}$.
- c) ___ La función g definida en el conjunto $\{x \in \mathbb{R}; x \neq 2\}$ por la ecuación $g(x) = \frac{1}{x-2}$, es impar.
- d) ___ Si para $m, n \in \mathbb{R}; m > 0$ y $n > 0$ se cumple que $(0,3)^m > (0,3)^n$, entonces $m < n$.

1.2. Selecciona la respuesta correcta marcando con una X en cada caso.

1.2.1. El gráfico corresponde a una función f , cuya ecuación tiene la forma $f(x) = \sqrt{x+a} + b$.

Entonces los valores de a y b son:

- a) ___ $a = -1$ y $b = -2$ b) ___ $a = -1$ y $b = 2$
- c) ___ $a = 1$ y $b = -2$ d) ___ $a = 1$ y $b = 2$



1.2.2. El conjunto solución de la inecuación $\frac{x-1}{x^3-1} \geq 0$ es:

- a) ___ $S = \{x \in \mathbb{R}; x \neq 1\}$ b) ___ $S = \{x \in \mathbb{R}; x > 1\}$ c) ___ $S = \{x \in \mathbb{R}\}$ d) ___ $S = \{x \in \mathbb{R}; x \geq 0\}$

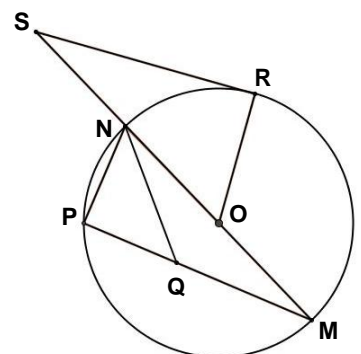
1.3. Completa los espacios en blanco de forma que obtengas una proposición verdadera en cada caso:

Si los puntos $A(-2; 4)$, $B(1; 4)$ y $C(5; 0)$ corresponden a los vértices de un triángulo, entonces:

- a) La mediana relativa al lado \overline{BC} lo interseca en el punto de coordenadas _____.
- b) El valor de la pendiente de una recta perpendicular al lado \overline{AC} es _____.
- c) La longitud del lado \overline{AB} es _____ unidades.

2. En la figura P y R son puntos de la circunferencia de centro en O y diámetro \overline{MN} , además se conoce que:

- \overline{NQ} es la bisectriz del $\angle MNP$,
- El $\angle PQN = 60^\circ$,
- \overline{RS} es tangente a la circunferencia en el punto R,
- $Q \in \overline{PM}$,
- $\overline{OR} \parallel \overline{NP}$.



- a) Prueba que en el triángulo NQM se cumple que $\overline{QM} = \overline{QN}$.
- b) Demuestra que los triángulos NPQ y ORS son semejantes.

3. Sean las expresiones $A(x) = \cos 2x + \operatorname{sen} x$ y $B = \frac{-5\operatorname{sen} \frac{3\pi}{2} + 2\cos \frac{\pi}{3}}{\tan \frac{7\pi}{6}}$:

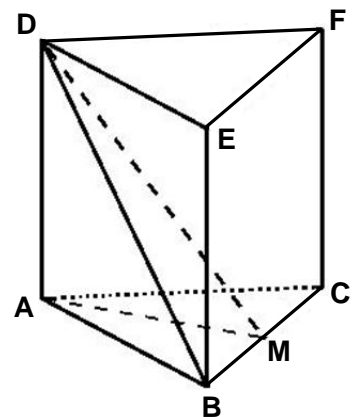
- Determina el conjunto solución de la ecuación $A(x) = (2\operatorname{sen} x)^2$ en el intervalo $0 \leq x \leq \pi$.
- Verifica que $\sqrt{3} \cdot B = 18$.

4. En una fábrica de conservas, para envasar la producción, se utilizan como recipientes latas y frascos de cristal. La cantidad de frascos excede en 794 a la cantidad de latas existentes. Al concluir la primera etapa productiva se habían utilizado tres quintos de la cantidad de frascos y el 25% del número de latas para un total de 1102 recipientes.

- ¿Cuántos recipientes de cada tipo había en la fábrica para envasar la producción?
- En los recipientes sobrantes de la primera etapa se deben envasar 1104 litros de conservas. Si el costo de las latas es menor que el de los frascos y ambos recipientes tienen 2,0 litros de capacidad, ¿cuántos recipientes de cada tipo deben utilizarse para que el costo de los envases que se emplearán sea el menor posible?

5. En la figura se muestra el prisma recto ABCDEF, cuyas bases son triángulos equiláteros, en su interior una pirámide ABMD de base ABM y altura \overline{AD} que coincide con una de las aristas laterales del prisma, M es el punto medio de \overline{BC} ,

- Demuestra que la cara BMD de la pirámide es un triángulo rectángulo.
- Calcula el valor del área lateral del prisma.
- Calcula el valor del volumen de la pirámide ABDM si $\angle ABD = 45^\circ$ y $\overline{AB} = 8,0 \text{ cm}$.



Temario IIC. 2012.

1. Lee detenidamente y responde.

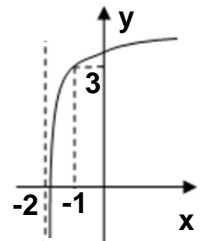
1.1. Clasifica las siguientes proposiciones en verdaderas (V) o falsas (F). Justifica las falsas.

- a) ☐ Todo número real pertenece al conjunto de los números racionales.
- b) ☐ El conjunto imagen de la función de ecuación $y = (x+5)^2 - 2$ definida en el conjunto de los números reales es $\{y \in \mathbb{R} : y \geq -2\}$.
- c) ☐ La función g definida en el conjunto de los números reales por la ecuación $g(x) = |x-1|$ es inyectiva.
- d) ☐ El cero de la función h definida en \mathbb{R} por la ecuación $h(x) = 4x - 3$ es $x_0 = \frac{3}{4}$.

1.2. Selecciona la respuesta correcta marcando con una X en cada caso.

1.2.1. Si el gráfico que se muestra corresponde a una función cuya ecuación es de la forma $y = \log_3(x+b)+c$, entonces su ecuación es:

- a) ☐ $y = \log_3(x+2)+3$ b) ☐ $y = \log_3(x-2)+3$
- c) ☐ $y = \log_3(x+2)-3$ d) ☐ $y = \log_3(x-2)-3$



1.2.2. El dominio de la función de ecuación $y = \sqrt{x+4} + 1$ es:

- a) ☐ $\{x \in \mathbb{R} : x > -4\}$ b) ☐ $\{x \in \mathbb{R} : x \geq 1\}$ c) ☐ $\{x \in \mathbb{R} : x \geq -4\}$ d) ☐ $\{x \in \mathbb{R} : x \leq -4\}$.

1.3. Completa los espacios en blanco de manera que obtengas una proposición verdadera en cada caso:

Los vértices del rectángulo ABCD son A(0 ; 0), B(0 ; 3), C(4 ; 3) y D(4 ; 0):

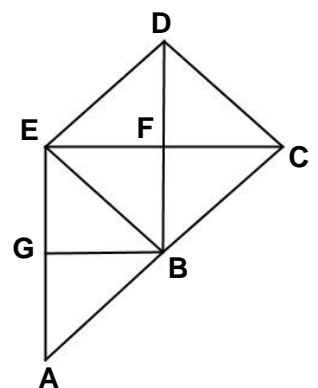
- a) Las coordenadas del punto medio del lado \overline{CD} son _____.
- b) La distancia desde A hasta C es _____ unidades.
- c) La ecuación de la recta que contiene al lado \overline{BC} es _____.

2. En la figura, $EBCD$ es un rombo, $ABDE$ es un paralelogramo y ABE es un triángulo isósceles de base \overline{AE} .

- A, B y C son puntos alineados,
- $\overline{GB} \perp \overline{EA}$,
- F es el punto de intersección de las diagonales del rombo.

a) Prueba que $\triangle BGA = \triangle DFC$.

b) Si se conoce que $\overline{CF} = 8,0 \text{ cm}$ y el área del rombo es de 96 cm^2 , calcula el valor del perímetro del paralelogramo $ABDE$.



3. Sean las expresiones $A(x) = \frac{\cos 2x}{\sin x} \cdot \tan x + \frac{\sin 2x}{2 \sin x \cdot \cos^2 x}$ y $B(x) = 2 \cos x$:

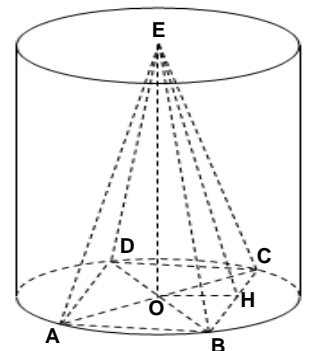
- Determina el conjunto de valores admisibles de la expresión $A(x)$.
- Demuestra que para todos los valores admisibles de la variable x , se cumple que $A(x) = B(x)$.

4. En un instituto preuniversitario fue seleccionado un grupo de 50 estudiantes para presentar trabajos en el evento de Sociedades Científicas Estudiantiles a nivel municipal. Se verificó que las asignaturas escogidas por los estudiantes para realizar sus trabajos fueron Matemática, Química y Biología. La razón entre las cantidades de estudiantes que realizaron trabajos en las asignaturas de Química y Biología es dos tercios. Se conoce, además, que el duplo de la cantidad de estudiantes que realizaron trabajos en Química disminuido en 5, representa el 60% de la cantidad de estudiantes que realizaron trabajos en Matemática.

- ¿Cuántos estudiantes de los seleccionados realizaron trabajos en la asignatura Matemática?

5. La figura muestra una pieza maciza en forma de cilindro circular recto y en su interior se presenta una pirámide ABCDE recta de base cuadrada ABCD. Además:

- A, B, C y D son puntos de la circunferencia de centro O,
- \overline{AC} y \overline{DB} son las diagonales del cuadrado ABCD,
- \overline{EO} es la altura del cilindro y de la pirámide,
- H es el punto medio de \overline{BC} ,
- El $\angle EBO = 60^\circ$ y $\overline{DB} = 6,00 \text{ cm}$.



- Demuestra que el triángulo EHC es rectángulo.
- Calcula el valor del volumen del material que se desecha, si se talla la pieza maciza hasta obtener la pirámide.

Temario IIIC. 2012.

1. Lee detenidamente y responde.

1.1 Clasifica en verdadera (V) o falsa (F) las siguientes proposiciones. Justifica las falsas.

- a) ___ La función constante de ecuación $y = 5$ es inyectiva.
 b) ___ La función definida en \mathbb{R} por la ecuación $g(x) = (x + 5)^2 - 2$ es monótona creciente para $x \geq -5$.
 c) ___ El dominio de la función de ecuación $y = \sqrt{x^2 + 2}$ es $x \in \mathbb{R}$.
 d) ___ La función h definida en \mathbb{R} por la ecuación $h(x) = 2^{x+2}$ es par.

1.2 Selecciona la respuesta correcta marcando con una X en cada caso.

1.2.1 Si $A = \{-1; -\frac{1}{4}; 0; \sqrt{2}; 2\}$ y $B = \{-1; 0; 1; 2\}$ entonces el conjunto $C = A \setminus B$ es:

- ___ $C = \{-\frac{1}{4}; \sqrt{2}\}$ b) ___ $C = \{-\frac{1}{4}; -1; \sqrt{2}\}$ c) ___ $C = \{-\frac{1}{4}; 1\}$ d) ___ $\{1\}$

1.2.2 El conjunto imagen de la función de ecuación $y = |x-1|-3$, definida en el conjunto de los números reales es:

- ___ $\{y \in \mathbb{R}: y \geq 3\}$ b) ___ $\{y \in \mathbb{R}: y \geq 1\}$ c) ___ $\{y \in \mathbb{R}: y \geq -3\}$ d) ___ $\{y \in \mathbb{R}: y > -3\}$

1.2.3 La ecuación de la función inversa de f , de ecuación $f(x) = (x+1)^3 - 1$ es:

- a) ___ $f^{-1}(x) = \sqrt[3]{x-1} - 1$ b) ___ $f^{-1}(x) = \sqrt[3]{x+1} - 1$ c) ___ $f^{-1}(x) = \sqrt[3]{x-1} + 1$ d) ___ $f^{-1}(x) = \sqrt[3]{x+1} + 1$

1.3 Completa los espacios en blanco de manera que obtengas una proposición verdadera en cada caso.

Sea un triángulo ABC con vértices en $A(-2; 0)$, $B(0; 2)$ y $C(x_0; y_0)$.

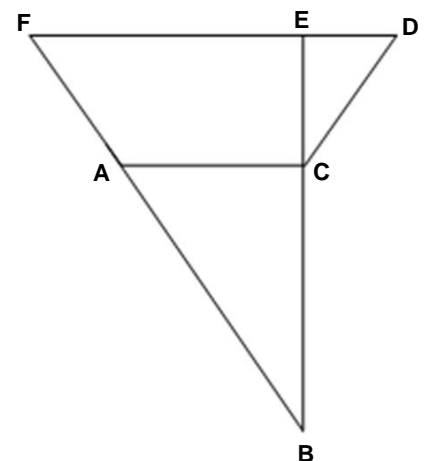
- a) El valor de la pendiente de cualquier recta perpendicular a la recta que contiene a los puntos A y B es $m = \underline{\hspace{2cm}}$.
 b) Si C tiene coordenadas $C(\underline{\hspace{1cm}}; 0)$ entonces el triángulo ABC es rectángulo en B.

2. En la figura:

- ACDF es un trapecio isósceles de bases \overline{AC} y \overline{DF} ,
- A y C pertenecen a \overline{FB} y \overline{EB} respectivamente,
- $E \in \overline{DF}$ y $\overline{AC} \perp \overline{EB}$.

a) Demuestra que $\triangle CED \sim \triangle ACB$.

b) Si el $\angle ABC = 30^\circ$, $\overline{AB} = 4,0 \text{ cm}$ y $\overline{EF} = 3,0 \text{ cm}$, calcula el valor del perímetro del trapecio ACDF.

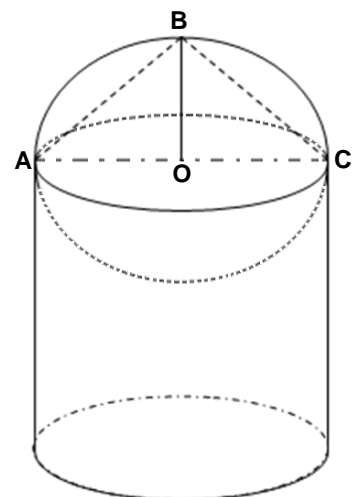


3. Dadas las expresiones $A(x) = 2^{\log_2 \sin 2x - \log_2 \tan x}$, $B(x) = \cos 2x$ y $C(x) = \sin 2x$:
- Demuestra que $A(x) - B(x) = 1$ para todos los valores admisibles de la variable.
 - Calcula $\frac{B\left(\frac{\pi}{6}\right)}{C\left(\frac{5\pi}{6}\right)}$.

4. En el curso 2011-2012 se hizo un estudio sobre la procedencia de preuniversitario u otras fuentes de ingreso de los 150 estudiantes de Primer Año de Ciencias de la Computación de la Universidad de la Habana. Se sabe que la mitad de la cantidad de estudiantes de la fuente que proceden de los preuniversitarios coincide con el 75% del número de estudiantes de otras fuentes de ingreso.
- ¿Cuántos estudiantes de 1er año provienen de preuniversitarios?
 - ¿Qué tanto por ciento de la matrícula de 1er año representa la cantidad de estudiantes de otras fuentes de ingreso?

3. Se tienen dos piezas macizas, una en forma de esfera y otra en forma de cilindro circular recto. Se perfora la base superior del cilindro hasta hacerle una hendidura semiesférica de igual radio que la base del cilindro. En la hendidura se introduce una esfera resultando el cuerpo que se muestra en la figura. Además, se conoce que:

- \overline{AC} es uno de los diámetros de la esfera de la base superior del cilindro,
- O es el centro de la figura de la esfera y de la base superior del cilindro,
- B es un punto de la esfera,
- La altura del cilindro es 4,00cm,
- $\overline{AB} = 3\sqrt{3} \text{ cm}$,
- El triángulo ABC es isósceles de base \overline{AC} .



- Calcula el valor del volumen de material que se desecha al perforar la base superior del cilindro.
- Calcula el valor del área total del cuerpo resultante.

Temario IC. 2013.

1. Lee detenidamente y responde:

1.1. Clasifica las siguientes proposiciones en verdaderas (V) o falsas (F). Justifica las falsas.

- a) ☐ Si E y F son dos conjuntos tales que $E=\{-2; -1; 0; 1; 2\}$ y $F=\{x \in \mathbb{R}: x < 1\}$, entonces $E \cap F = \{x \in \mathbb{Z}: -2 \leq x \leq 0\}$.
- b) ☐ El valor de $\sqrt[3]{-27}$ es un número real.
- c) ☐ La función h definida en un subconjunto de \mathbb{R} en $\{y \in \mathbb{R}: y \geq 2\}$, por la ecuación $y = |x + 2|$, tiene inversa.
- d) ☐ Si $x - 2y + 4 = 0$ es la ecuación de una recta, entonces la ecuación de una recta paralela a ella que pasa por el punto $M(0; -3)$ es $x - 2y - 6 = 0$.

1.2. Selecciona la respuesta correcta marcando con una X en cada caso.

1.2.1. Para la función f , definida en \mathbb{R} por la ecuación $y = (x - 3)^2 - 1$, donde uno de sus ceros es $x_1 = 2$, se cumple que:

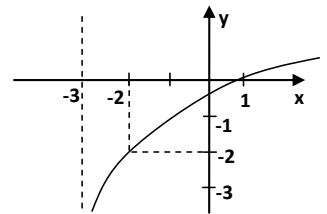
- a) ☐ es monótona creciente en el intervalo $(-\infty; 2]$ b) ☐ su valor máximo es $y_1 = -1$
- c) ☐ es negativa para $\{x \in \mathbb{R}: 2 < x < 4\}$ d) ☐ $f(x_2) = 0$ para $x_2 = -2$

1.2.2. El dominio de definición de la expresión $\sqrt{4x - 5} - 2$ es:

- a) ☐ $\{x \in \mathbb{R}: x \leq \frac{5}{4}\}$ b) ☐ $\{x \in \mathbb{R}: x \geq \frac{5}{4}\}$ c) ☐ $\{x \in \mathbb{R}: x \geq \frac{4}{5}\}$ d) ☐ $\{x \in \mathbb{R}: x > \frac{5}{4}\}$

1.2.3. El gráfico que corresponde a una función g definida en $(-3; \infty)$ por una ecuación de la forma $y = \log_2(x + a) + b$; entonces para los valores a y b se cumple que:

- a) ☐ $a < b$ b) ☐ $a > b$ c) ☐ $a = b$ d) ☐ $a = -3$ y $b = 2$



1.3. Completa los espacios en blanco de forma que obtengas una proposición verdadera en cada caso.

1.3.1. El valor de $x \in \mathbb{R}$, para el cual se cumple que $7^{\frac{x}{2}} = \log_3 3^7$ es _____.

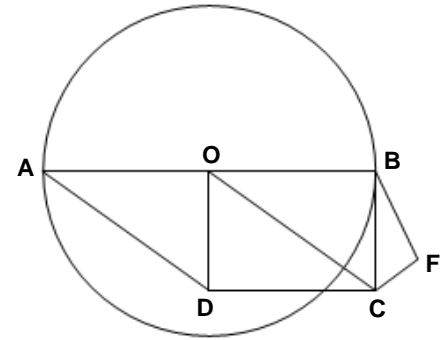
1.3.2. Si $M(-4; -2)$, $N(-1; -2)$ y $L(-4; 6)$ son los vértices de un triángulo isósceles de base \overline{ML} , entonces el valor de la pendiente de la mediana relativa a la base es _____.

2. Sean las expresiones trigonométricas $P(x) = \frac{\sin 2x}{2 \cos x}$ y $Q(x) = \cos 2x$:

- a) Determina los valores reales de x con $0 \leq x \leq \pi$ para los cuales se cumple que $P(x) - Q(x) = 0$.
- b) Determina el dominio numérico más restringido al que pertenece el resultado de calcular $\log_2 \left[1 + Q \left(\frac{2\pi}{3} \right) \right]$.

3. En la figura aparece representada la circunferencia de centro O y diámetro \overline{AB} .

- ODCB es rectángulo,
- $\overline{AD} \parallel \overline{OC}$,
- El $\angle FBO = 120^\circ$,
- $\overline{CF} \perp \overline{FB}$,
- El $\angle FBO = 30^\circ$.



- Demuestra que $\triangle DOA \sim \triangle DCFB$.
- Si $\overline{BC} = 3,0 \text{ cm}$, calcula el área del cuadrilátero ADCB.

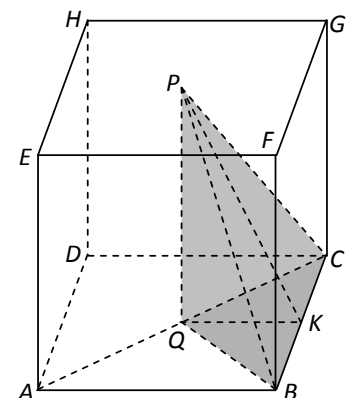
4. En la finalizada Feria Internacional del Libro (febrero de 2013), en el quiosco dedicado a la venta de libros infantiles, se utilizaron dos estantes A y B para la muestra de estos. En un inicio había en el estante A el doble de la cantidad de libros que en el B. Por problemas de seguridad se trasladaron después 8 libros del estante A para el B, lo que trajo como consecuencia que en este último estuviera ubicada una cantidad de libros igual al 80% de los que quedaron finalmente en el estante A.

- ¿Cuántos libros había al principio en cada estante?
- ¿Qué tanto por ciento del total de libros exhibidos en un inicio en el estante A representan los que deben trasladarse al estante B para que ambos estantes tengan la misma cantidad de libros?

5. La figura representa una pieza maciza de madera que se ha formado al excavarle al prisma recto ABCDEFGH, la cuña en forma de pirámide BCQP. Además, se conoce que:

- El cuadrado ABCD es la base inferior del prisma,
- Q y P son los puntos donde se intersecan las diagonales de las bases ABCD y EFGH del prisma respectivamente,
- \overline{PQ} es altura del prisma y de la pirámide,
- K es el punto medio de \overline{BC} .

- Demuestra que \overline{PK} representa una de las alturas del $\triangle CPB$.
- Si $\sin \angle KPQ = \frac{1}{2}$ y $\overline{AB} = 4,0 \text{ cm}$, calcula el volumen de la pieza.



Temario IIC. 2013.

1. Lee detenidamente y responde.

1.1. Clasifica las siguientes proposiciones en verdaderas (V) o falsas (F). Justifica las falsas.

- a) ____ Si A y B son dos conjuntos de números reales y $A \subset B$, entonces $A \setminus B = \emptyset$.
- b) ____ El gráfico de la función h definida en $\{x \in \mathbb{R} : x > 2\}$ por la ecuación $y = \log_2(x-2) + 1$, interseca al eje de las ordenadas.
- c) ____ El valor de la pendiente m de cualquier recta paralela a la recta de ecuación $y = 7$ es $m=0$.
- d) ____ El conjunto imagen de la función g definida en \mathbb{R} por la ecuación $y = |x| - 5$ es $\{y \in \mathbb{R} : y \geq 5\}$.

1.2. Selecciona la respuesta correcta marcando con una X en cada caso.

1.2.1. Para la función g definida en $\{x \in \mathbb{R} : x \geq 0\}$ por la ecuación $y = \sqrt{x} + 1$, se cumple que:

- a) ☐ $g(3) < g(2)$. b) ☐ Es par
- c) ☐ Es Inyectiva. d) ☐ Existe un valor x_1 del dominio de g para el cual $g(x_1)=0$.

1.2.2. Si $\alpha + \beta = \frac{\pi}{2}$ ($\alpha \neq \beta$) , entonces se cumple que:

- a) $\sin \alpha = -\cos \beta$ b) $\cos \alpha = \cos \beta$ c) $\sin \alpha = \sin \beta$ d) $\sin \alpha = \cos \beta$

1.2.3. Sea f una función definida de \mathbb{R} en \mathbb{R} por la ecuación $y = 1 + 3x$. Entonces la ecuación de la función inversa de f es:

- a) $y = \frac{x+1}{3}$ b) $y = \frac{-3}{x-1}$ c) $y = \frac{x-1}{3}$ d) $y = \frac{-3}{x} - 1$

1.3. Completa los espacios en blanco de forma que obtengas una proposición verdadera en cada caso:

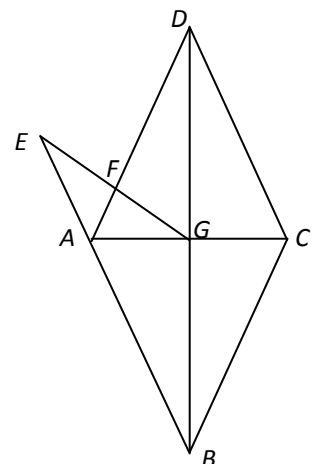
1.3.1. Sea f una función definida de \mathbb{R} en \mathbb{R} por $f(x) = x^3 - 5$. Entonces $f(x) \geq 3$ para todas las $x \in \mathbb{R}$ tales que $x \geq$.

1.3.2. El centro O de la circunferencia de diámetro \overline{AB} con $A(2; -3)$ y $B(-4; 5)$ tiene por coordenadas _____.

2. En la figura ABCD es un rombo, el $\angle BCD = 120^\circ$. G es el punto donde se intersecan las diagonales \overline{AC} y \overline{BD} del rombo ABCD, $\overline{AD} \perp \overline{EG}$ con $\overline{AD} \cap \overline{EG} = \{F\}$. Los puntos E, A y B están alineados.

- a) Demuestra que $\frac{\overline{FA}}{\overline{AG}} = \frac{\overline{EF}}{\overline{BG}}$.

b) Si $\overline{AG} = 1,4 \text{ cm}$, calcula el valor del perímetro del rombo ABCD.



3. Sean las expresiones trigonométricas $A(x) = \frac{\sin^2 x + \cos 2x}{2 \cos x}$ y $B(x) = \frac{\cos^2 x + 1}{4}$:

- a) Determina los valores reales de x con $0 \leq x \leq 2\pi$ para los cuales se cumple que $2^{\log_{10} A(x)} \cdot 5^{\log_{10} A(x)} = B(x)$.
- b) Verifica que $\frac{\sqrt{2}}{2} + A\left(\frac{3\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{2}}{4}$.

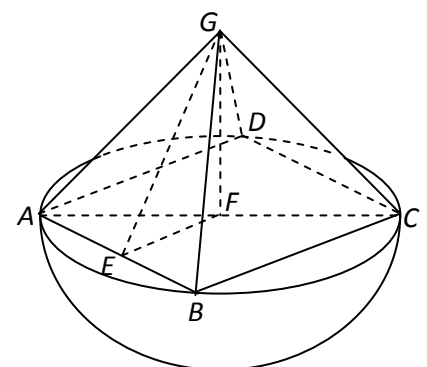
4. Una Dirección Municipal de Educación quiso estimular a estudiantes destacados de tres institutos preuniversitarios A, B y C, con la entrega de 340 ejemplares del libro “Diario del Che en Bolivia”. Se conoce que el doble de la cantidad de ejemplares entregados al preuniversitario C excede en 50 al número de los que se entregaron al B; mientras que el 45% de la cantidad de ejemplares correspondientes al preuniversitario C es igual a la mitad de la cantidad de ejemplares entregada al A.

- a) ¿Cuántos ejemplares del libro “Diario del Che en Bolivia” se entregaron a cada uno de los preuniversitarios?
- b) Si la Dirección Municipal de Educación disponía de un total de 500 ejemplares ¿qué tanto por ciento de este total, representó el número de ejemplares que fueron entregados al preuniversitario B?

5. En la figura se muestra una pieza maciza de madera, formada por una semiesfera de centro F y diámetro \overline{AC} , y una pirámide recta ABCDG, cuya base es el cuadrado ABCD y altura \overline{GF} . Además, se conoce que:

- La base de la pirámide está inscrita en la circunferencia que limita al círculo máximo de la semiesfera,
- \overline{GE} es altura de la cara BGA de la pirámide ABCDG,
- El triángulo EFG es isósceles de base \overline{EG} .

- a) Demuestra que el triángulo AEF es rectángulo.
- b) Calcula el valor del volumen de la pieza si $\overline{AC} = 8,00 \text{ u}$.



Temario IIC. 2013.

1. Lee detenidamente y responde.

1.1. Clasifica las siguientes proposiciones en verdaderas (V) o falsas (F). Justifica las falsas.

- a) ____ La correspondencia definida de \mathbb{R} en \mathbb{R} que a cada número real se le hace corresponder su módulo aumentado en 5, es una función.
- b) ____ El conjunto solución de la inecuación $-4y + 3 < 2$ es $\{y \in \mathbb{R} : y > 1/4\}$.
- c) ____ Si A es el conjunto de los números naturales pares y B, el conjunto formado por los números naturales mayores que 7, entonces $B \subset A$.
- d) ____ La función g definida en $\{x \in \mathbb{R} : x > 4\}$ por la ecuación $y = \log_{\frac{2}{3}}(x-4)$ es monótona creciente en todo su dominio.

1.2. Selecciona la respuesta correcta marcando con una X en cada caso.

1.2.1. Si $y = 3^{x+4} - 9$ corresponde a la ecuación de una función h definida en \mathbb{R} , entonces sobre la función se puede afirmar que:

- a) ____ No es inyectiva
- b) ____ El conjunto imagen es $\{y \in \mathbb{R} : y \geq -9\}$
- c) ____ Es positiva en todo su dominio
- d) ____ Tiene un cero y es $x_0 = -2$.

1.2.2. Sean $E(0; 0)$, $F(1; 0)$ y $G(0; 1)$ los vértices de un triángulo rectángulo en E . Puede afirmarse que la mediatriz relativa a la hipotenusa contiene al punto P de coordenadas:

- a) $\text{---}(2; 2)$ b) $\text{---}(\frac{3}{4}; \frac{1}{4})$ c) $\text{---}(-1; -2)$ d) $\text{---}(1; 2)$

1.2.3. Si r y s son dos rectas de un plano que se cortan perpendicularmente y una ecuación de la recta es $2x - 3y + 5 = 0$, entonces una ecuación de la recta s es:

- a) $2x - 3y + 22 = 0$ b) $3x + 2y + 23 = 0$ c) $3x + y - 2 = 0$ d) $2x + 3y - 2 = 0$

1.3. Completa los espacios en blanco de forma tal que obtengas una proposición verdadera en cada caso:

1.3.1. De las funciones f y g definidas en \mathbb{R} por las ecuaciones $f(x) = \sqrt{x^2 + 6}$ y $g(x) = 2x + 1$ se puede afirmar que:

- a) La función es positiva para _____.
- b) Existe la función compuesta (g o f) definida en \mathbb{R} por la ecuación _____.

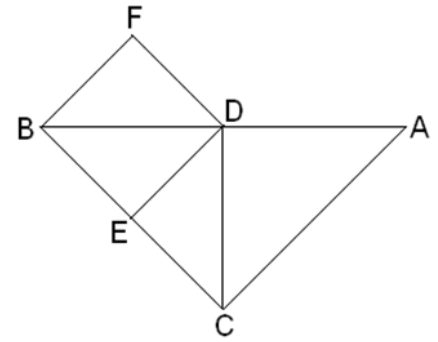
2. Sean las expresiones trigonométricas $A(x) = 2^{4 + \cos 2x} \cdot 2^{-4 \cos^2 x}$ y $B(x) = 4^{(\cos x + 1)^2 + 1}$.

- a) Determina los valores reales de x con $0 \leq x \leq 2\pi$ para los cuales se cumple que $A(x) = B(x)$.

- b) Verifica que $\left[B\left(\frac{4\pi}{3}\right)\right]^4 = 256$.

3. En la figura:

- El $\triangle BCA$ es isósceles de base \overline{AB} ,
- $E \in \overline{BC}$,
- \overline{CD} es la altura del $\triangle BCA$ relativa al lado \overline{AB} ,
- $BEDF$ es un cuadrado y \overline{BD} una de sus diagonales.



a) Demuestra que $\overline{CD} = \overline{DB}$.

b) Si $\overline{CD} = 5,0$ cm, calcula el valor del área del cuadrado BEDF.

4. En una tienda se invirtió inicialmente cierta cantidad de dinero para la compra de determinados artículos para su posterior comercialización. Lo invertido permitió vender la mercancía durante dos semanas. Con la venta en la primera semana, la tienda recibió la cantidad de dinero invertido inicialmente aumentado en un 30%. El resultado de la venta en la segunda semana fue igual al duplo de la cantidad de dinero de la venta de la primera semana disminuido en un quinto del dinero invertido inicialmente. Si en la segunda semana la tienda recaudó 8 964 pesos.

a) ¿Qué cantidad de dinero invirtió inicialmente la tienda?

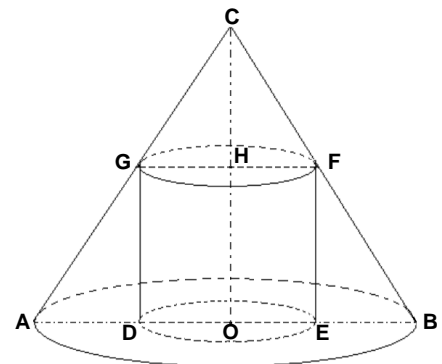
b) ¿En cuántos pesos se incrementó la cantidad de dinero recibido por la venta en la segunda semana respecto a la primera?

5. La figura muestra una pieza maciza de madera en forma de cono circular recto que tiene una perforación en forma de cilindro recto, de la cual se conoce que:

- \overline{DE} es uno de los diámetros de la circunferencia de centro O, que limita la base inferior del cilindro y \overline{AB} es el diámetro de la circunferencia, también de centro O que limita la base del cono,
- G y F son los puntos medios de las generatrices \overline{CA} y \overline{CB} respectivamente,
- La base superior del cilindro tiene centro H, y los puntos G, H y F están alineados,
- Los puntos A, D, O, E y B están alineados,
- $\angle ABC = 60^\circ$,
- El perímetro del $\triangle ABC$ es de 12 cm.

a) Calcula la longitud del radio del cono.

b) Si $\frac{\overline{OB}}{\overline{OE}} = 4$, calcula el valor del volumen de la pieza.



Temario IC A. 2014.

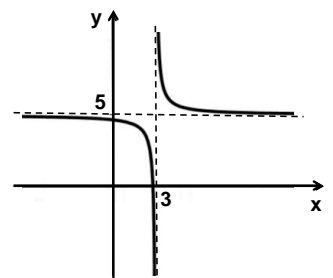
1. Lee detenidamente y responde:

1.1 Clasifica cada una de las siguientes proposiciones en verdaderas (V) o falsas (F). Justifica las falsas.

- a) ☐ Sean A y C conjuntos tales que $x \in A$ y $x \notin C$, entonces se cumple que $x \in (A \cup C)$.
- b) ☐ Una recta r , perpendicular a la recta representada por la ecuación $y = -\frac{1}{2}x + 6$, es también perpendicular a la recta s determinada por los puntos de coordenadas (2; 1) y (4; 5).
- c) ☐ El resultado de calcular $\sqrt{\frac{\sqrt{64}}{(\sqrt[3]{4})^3}}$ es un número racional.

1.2 Selecciona la respuesta correcta marcando con una X en cada caso.

1.2.1 El gráfico corresponde a la función f , definida en un subconjunto de \mathbb{R} por una ecuación de la forma $y = \frac{1}{x-a} + b$ con $a, b \in \mathbb{R}$. Entonces para la función f se cumple que:



- a) ☐ Es par b) ☐ Su ecuación es $y = \frac{1}{x-5} + 3$
- c) ☐ Su dominio es $\{x \in \mathbb{R} : x \geq 3\}$ d) ☐ Es decreciente para $x > 3$

1.2.2 El ángulo de elevación del sol en un punto determinado, es el que

forman los rayos solares con la superficie de la tierra. En un momento

del día, la longitud de la sombra de un poste es mayor que la altura de este. Si α denota el ángulo de elevación del sol en ese momento, se puede afirmar que:

- a) ☐ $\tan \alpha$ es el cociente entre la longitud de la sombra y la altura del poste.
- b) ☐ $\tan \alpha > 1$ c) ☐ $45^\circ < \alpha < 90^\circ$ d) ☐ $\cos \alpha > \sin \alpha$

1.3 Completa los espacios en blanco de forma tal que obtengas una proposición verdadera en cada caso.

1.3.1 Los valores de x reales que anulan la expresión trigonométrica $G(x) = \frac{\sin 2x}{\cos^2 x}$ son _____.

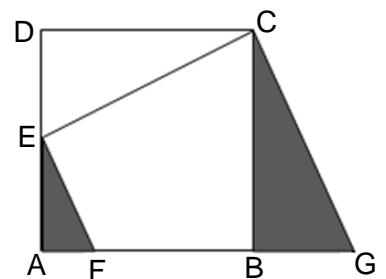
1.3.2 La ecuación de la función inversa de h , definida en \mathbb{R} por $h(x) = 8x^3 - 1$ es _____.

2. En la figura:

- ABCD es un cuadrado de lado igual a 3,0 cm.
- CEFG es un trapecio de bases \overline{EF} y \overline{CG} , rectángulo en E y C.
- Los puntos A, F, B y G están alineados.

a) Demuestra que $\triangle CDE = \triangle CBG$.

b) Si $\overline{AF} = 0,73 \text{ cm}$ y el $\angle BCE = 60^\circ$, calcula el valor del área de la región sombreada.



3. Sean las expresiones algebraicas $A(x) = \frac{3-x}{2-x}$ y $B(x) = \frac{8}{x+1}$:

a) Determina los valores de $x \in \mathbb{R}$ para los cuales se cumple que $\log_2 A(x) + \log_2 B(x) = 5^{\log_5 3}$.

b) Determina el valor numérico de $\log_{\sqrt[3]{2}} \frac{1}{A(x)} + \log_2 3 \cdot \log_3 \frac{1}{A(x)}$ para $x = 1$.

4. En una tienda prepararon cestas de tres tipos con diferentes productos para vender con motivo del Día de las Madres. El precio de las cestas del tipo 1, 2 y 3 es de \$102,50, \$115,00 y \$147,50, respectivamente. La composición de las cestas es la que se muestra en la tabla.

Productos Tipos de cestas	Tabletas de chocolates	Paquetes de galletas	Botellas de vino
Tipo 1	1	2	1
Tipo 2	2	2	1
Tipo 3	1	1	2

a) ¿Cuál es el precio de cada producto?

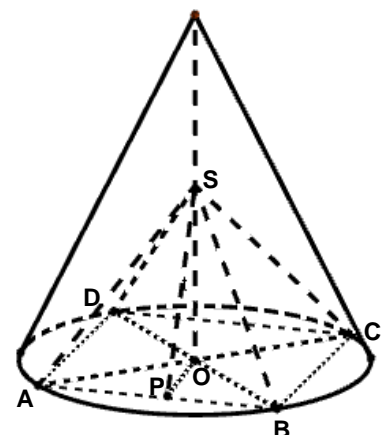
b) ¿Cuántas botellas de vino se necesitan para llenar 100 cestas del tipo 1, 80 del tipo 2 y 60 del tipo 3?

5. La figura representa una pieza maciza en forma de cono circular recto, en la que se ha excavado una pirámide. De ella se conoce que:

- La pirámide recta ABCDS tiene como base el cuadrado ABCD inscrito en la base del cono y su altura es \overline{SO} ,
- O es el punto de intersección de las diagonales de ABCD,
- P es el punto medio de \overline{AB}
- El área lateral del cono es de $188,4 \text{ cm}^2$ y sus generatrices miden 10cm.

a) Prueba que el triángulo SPB es rectángulo.

b) Sabiendo que $\frac{h_{\text{pirámide}}}{h_{\text{cono}}} = \frac{1}{2}$, calcula el volumen de la pirámide ABCDS excavada.



Temario IC B. 2014.

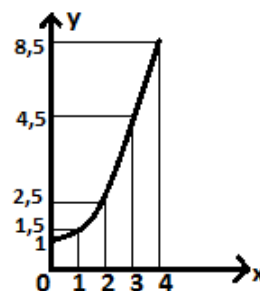
1. Lee detenidamente y responde.

1.1. Clasifica cada una de las siguientes proposiciones en verdadera (V) o falsa (F). Justifica las falsas.

- a) ☐ Si C y D son dos conjuntos de números fraccionarios tales que $C \cap D = \left\{ \frac{1}{8}, \frac{1}{4}, \frac{1}{2}, 2, 3, 4 \right\}$, entonces a C pertenecen 6 elementos o más.
- b) ☐ El dominio numérico más restringido al que pertenece el resultado de calcular $P(\sqrt{2}-3)$, en $P(x) = (x+3)^2 - 4$ es el dominio de los números naturales.
- c) ☐ La función f definida de $\{x \in \mathbb{R}: x \neq 0\}$ en $\{y \in \mathbb{R}: y \neq 2\}$ por la ecuación $y = \frac{1}{x} + 2$, es impar.

1.2. Selecciona la respuesta correcta marcando con una X en cada caso.

1.2.1 Al estudiar una especie de alga marina, se pudo apreciar que su longitud puede ser descrita aproximadamente en los primeros cuatro días de vida a través de la curva que se representa en la figura. Esta se corresponde con el gráfico de una función h, cuya ecuación tiene la forma $h(t) = 2^{t+a} + 0,5$ en la cual $h(t)$ designa la longitud que alcanza el alga en un tiempo t determinado. Entonces la ecuación que describe la longitud estudiada en un tiempo t, puede describirse como:



- a) ☐ $h(t) = 2^{t+1} + 0,5$ c) ☐ $h(t) = 2^{t-2} + 0,5$
- b) ☐ $h(t) = 2^t + 0,5$ d) ☐ $h(t) = 2^{t-1} + 0,5$

1.2.2. Para la función g definida para todo $\{x \in \mathbb{R}\}$ por la ecuación $g(x) = \sqrt[3]{x-2} - 1$, se cumple que:

- a) ☐ El conjunto imagen de g es $\{y \in \mathbb{R}: y \geq -1\}$.
- b) ☐ El gráfico de g interseca el eje de las abscisas en el punto (2;0).
- c) ☐ $g(x) \geq 0$ para $x \in [3; +\infty)$
- d) ☐ g es monótona decreciente en todo su dominio.

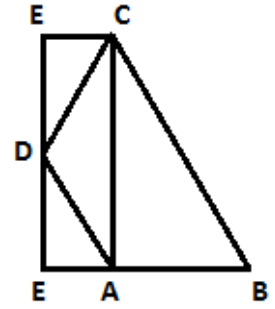
1.3. Completa los espacios en blanco de forma tal que obtengas una proposición verdadera en cada caso.

Los puntos A(2; 0), B(3; -1), C(4; 0) y D(x; y), son los vértices de un cuadrado ABCD:

- a) Si el punto donde se interceptan las diagonales tiene como coordenadas (3; 0), entonces D tiene como coordenadas el punto _____.
- b) Cualquier recta r de ecuación $ax + by + c = 0$ que pase por el origen de coordenadas y sea paralela a la recta que contiene al lado \overline{AB} tiene como ecuación _____.

2. En la figura:

- CFEB es un trapecio rectángulo en E de bases \overline{EB} y \overline{FC} ,
- D es el punto medio de \overline{FE} ,
- El $\angle CDA = 120^\circ$,
- ABCD es un trapecio isósceles de bases \overline{BC} y \overline{AD} ,
- Los puntos E, A y B están alineados.



a) Demuestra que el $\triangle CDA$ es isósceles.

b) El $\triangle CAB$ es rectángulo. Prueba que esta afirmación es verdadera.

3. Sean las expresiones trigonométricas $A(x) = \frac{1}{2} \tan^2 x + \frac{\cos 2x}{2 \cos^2 x}$ y $B(x) = 2 \sin^2 x + 3 \sin x$:

a) Comprueba que $A(x) = \frac{1}{2}$ para todos los valores admisibles de la variable x.

b) Determina el conjunto solución de la siguiente ecuación para $x \in (0; \pi)$ de $\log_2 A(x) - \log_{\frac{1}{2}} B(x) = 0$.

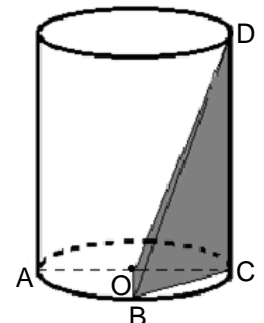
4. Las cooperativas de producción agropecuarias A y B están dedicadas al cultivo del arroz. La cooperativa A sembró 62 hectáreas de arroz y la cooperativa B, 58 hectáreas. Entre ambas recolectaron 6 890 quintales de arroz. Se sabe que el rendimiento medio (en quintales de arroz por hectáreas) de la cooperativa A excedió en 31 quintales al 40% del rendimiento de la cooperativa B.

a) ¿Cuál fue el rendimiento medio (en quintales de arroz por hectáreas) de la cooperativa B?

b) ¿Cuántos quintales de arroz cosechó cada una de las cooperativas?

5. La figura muestra el cilindro circular recto y la pirámide oblicua COBD que tiene como base el triángulo COB, se sabe que:

- \overline{CD} es una de las generatrices del cilindro,
- O es el centro de la circunferencia que limita la base inferior del cilindro y D es un punto de ella,
- \overline{AC} es un diámetro de la base inferior del cilindro,
- $\overline{BO} \perp \overline{AC}$,
- $\overline{CD} = \overline{AC}$.



a) Demuestra que \overline{DO} es altura relativa al lado \overline{BO} de la cara DOB de la pirámide COBD.

b) Si el área de la base COB de la pirámide es $4,5 \text{ dm}^2$, calcula el valor de su área total.

Temario IIC A. 2014.

1. Lee detenidamente y responde.

1.1. Clasifica cada una de las siguientes proposiciones en verdadera (V) o falso (F).

Justifica las falsas.

- a) ☐ La expresión $\log_{2x} 3$ está definida para todo número real.
- b) ☐ La función f definida en \mathbb{R} por la ecuación $f(x) = 3^{x+1} - 9$ es positiva para todo número real x mayor que uno.
- c) ☐ Si g es una correspondencia definida de $A = \{n \in \mathbb{N} : n > 1\}$ en \mathbb{N} , tal que a cada número se le hace corresponder su antecesor y su sucesor, entonces g es una función.

1.2. Selecciona la respuesta correcta marcando con una X en cada caso.

1.2.1. Si $A = \{x \in \mathbb{R} : -2 \leq x \leq 2\}$ y $B = \{x \in \mathbb{R} : x > 0\}$, se puede afirmar que:

- a) ☐ $0 \notin (A \cup B)$ b) ☐ $A \cup B = B$
c) ☐ $A \cap B = \{x \in \mathbb{R} : 1 \leq x \leq 2\}$ d) ☐ $A \setminus B = \{x \in \mathbb{R} : -2 \leq x \leq 0\}$

1.2.2. La distancia del origen del sistema de coordenadas a la recta $r: x - y - 1 = 0$ es:

- a) $\frac{1}{2} u$ b) $\frac{\sqrt{2}}{2} u$ c) $\frac{\sqrt{2}}{2} u$ d) $\frac{1}{2} u$

1.3. Completa los espacios en blanco de forma tal que obtengas una proposición verdadera en cada caso:

1.3.1. Si las coordenadas de los sus vértices del triángulo ABC son A(-1; 0), B(2; -3) y C(2; 3), entonces se puede afirmar que el punto de intersección de la mediana relativa al lado \overline{BC} con este, tiene como coordenadas _____.

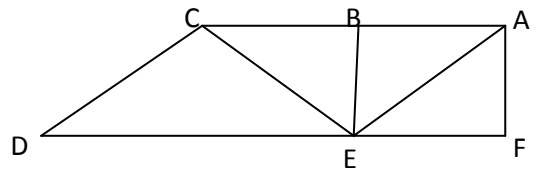
1.3.2. Entre la temperatura en grados Fahrenheit ($^{\circ}\text{F}$) y grados Celsius ($^{\circ}\text{C}$) existe una relación que puede modelarse mediante una función lineal de manera que a 0°C corresponde 32°F , y a 110°C , 212°F . Si F denota la temperatura en $^{\circ}\text{F}$ y C , en $^{\circ}\text{C}$, la ecuación que describe la dependencia de F en función de C es _____.

2. En la figura:

- ACDF es un trapecio de bases \overline{DF} y \overline{CA} ,
- $B \in \overline{CA}$, $E \in \overline{DF}$,
- $\frac{1}{2} \overline{DE} = \overline{EF} = \overline{CB}$,
- $\overline{EB} \perp \overline{CA}$,
- El $\angle DFA = 90^\circ$,
- $\triangle CEA$ isósceles de base \overline{CA} .

a) Prueba que $\overline{DC} = \overline{EA}$.

b) Si $\overline{EF} = 2,4 \text{ dm}$ y $\frac{\overline{AF}}{\overline{RA}} = \frac{3}{4}$, calcula el valor del perímetro del trapecio ACDF.



3. Sean las expresiones trigonométricas $A(x) = \operatorname{sen} x \cdot \cos^2 x + \operatorname{sen}^3 x - \operatorname{sen} x$ y

$$B(x) = \operatorname{sen} x (\cos^2 x - \cos 2x) + \frac{1}{8} :$$

a) Demuestra que $A(x) = 0$ para todo número real x .

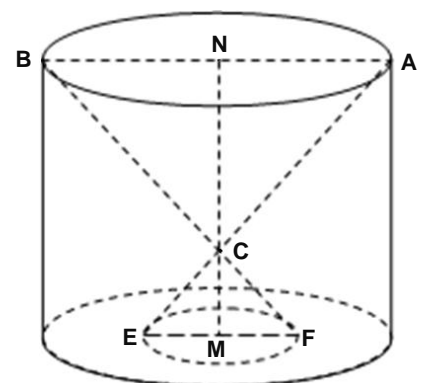
b) Determina los valores reales de x con $\frac{\pi}{2} < x < \frac{3\pi}{2}$ para los cuales se cumple que $B(x) = A(x)$.

4. Dos líneas de producción de tejas de fibrocemento de la empresa “Ernesto Guevara” desarrollaron una emulación fraternal por el Día del Constructor. En el primer conteo, la primera línea había terminado el 40% de lo que produjo durante toda la competencia y la segunda el 30% de lo que reportó al cierre de esta. Se conoce que hasta ese momento la producción conjunta de las dos líneas era de 400 tejas. En el conteo final de la producción realizada, lo producido por la segunda línea era igual a las dos terceras partes de la producción conjunta de ambas líneas, por lo que ganó la emulación. ¿Cuántas tejas produjo cada línea de producción durante la competencia?

5. La figura representa una pieza en forma de cilindro circular recto con dos perforaciones en forma cónica, una en cada base. Se conoce además que:

- N y M son los centros de las bases superior e inferior del cilindro respectivamente,
- $C \in \overline{MN}$, donde C es el vértice de ambas perforaciones,
- \overline{BA} es el diámetro de la base superior del cilindro y a la vez de la base de uno de los conos,
- E y F son puntos de la base inferior del cilindro, tales que B, C y F son puntos alineados y A, C y E también lo son.
- \overline{EF} es diámetro de la base de centro M del otro cono.
- $\overline{CN} = 6,00$ cm,
- $\angle ABF = 60^\circ$,
- $\overline{BC} = 2\overline{CF}$.

a) Calcula el valor del volumen de la pieza.



Temario IIC B. 2014.

1. Lee detenidamente y responde.

1.1. Clasifica las siguientes proposiciones en verdadera (V) o falsa (F). Justifica las falsas.

- a) ___ La relación que se establece entre la temperatura $T(^{\circ}\text{C})$ que alcanza una sustancia y el tiempo t (min) transcurrido durante el proceso de su calentamiento, es una función.
- b) ___ La operación de extracción de raíces de índice impar, solo puede realizarse en el conjunto de los números racionales no negativos.
- c) ___ La relación $2^{\frac{1}{x}} > 1$ se cumple para todo $\{x \in \mathbb{R}: x < 0\}$.

1.2. Selecciona la respuesta correcta con una (X) encada caso.

1.2.1. En la función f definida para todo $\{x \in \mathbb{R}: x > 1\}$ por la ecuación $f(x) = \log_2(x - 1) + 1$ se cumple que:

- a) ___ El cero de f es $x_0 = 1$ c) ___ El conjunto imagen de la función f es $\{y \in \mathbb{R}: y > 1\}$
- b) ___ La función es negativa para todo $\{x \in \mathbb{R}: x < 1,5\}$ d) ___ El par $(3; 2)$ pertenece a la función

1.2.2. Si las coordenadas de los vértices de un rombo ABCD son $A(-1; -2)$, $B(3; -5)$, $C(7; -2)$ y $D(3; 1)$; M es el punto de intersección de las diagonales \overline{AC} y \overline{BD} . Entonces se puede afirmar que:

- a) ___ $m_{AD} < 0$ b) ___ $\overline{AC} = \overline{BD}$ c) ___ $d(A; r_{BD}) = 4$ u d) ___ Las coordenadas de M son $(-2; 3)$

1.3. Completa los espacios en blanco de forma tal que obtengas una proposición verdadera en cada caso:

1.3.1. La ecuación del lugar geométrico de los puntos del plano que equidistan de los extremos del \overline{AB} de coordenadas $A(-3; 2)$ y $B(5; 2)$ es _____.

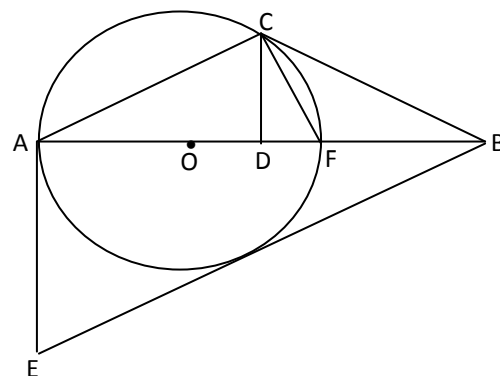
1.3.2. Si las funciones g y h están definidas en \mathbb{R} por las ecuaciones $g(x) = |x|$ y $h(x) = (x-1)^2 - 8$, entonces $(g \circ h)(x)$ es _____.

2. En la figura se ha trazado la circunferencia de centro O y diámetro $\overline{AF} = 20,0$ cm. Además:

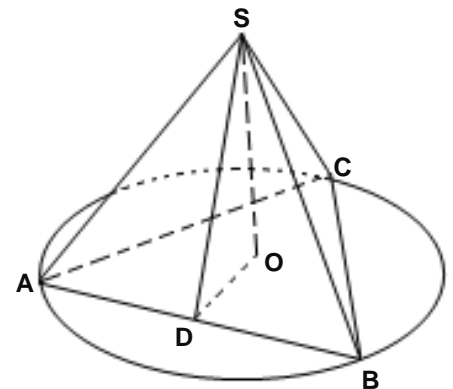
- C es un punto de la circunferencia,
- D es el punto medio de \overline{AB} ,
- A, O, D, F y B puntos alineados,
- \overline{AE} es tangente a la circunferencia en el punto A,
- \overline{AB} es la bisectriz del $\angle CBE$ y $\overline{CD} \perp \overline{AB}$.

a) Prueba que $\overline{AF} = \frac{\overline{AC} \cdot \overline{EB}}{\overline{AB}}$.

b) Si $\overline{CF} = 12,0$ cm, calcula el valor del área del $\triangle ACB$.



3. Sean las expresiones trigonométricas $A(x) = \frac{1 - \tan^2 x}{1 + \tan^2 x}$ y $B(x) = 2(3 \cos^2 x - 2 \cos x) - 3$:
- Demuestra que $A(x) = \cos 2x$ para todos los valores admisibles de la variable x .
 - Determina los valores reales de x con $\frac{\pi}{2} \leq x \leq \pi$ para los cuales se cumple que $A(x) + B(x) = 0$.
4. Una empresa consumió durante los meses de enero, febrero y marzo del año 2014 un total de 8 080 litros de combustible por diferentes razones, como consecuencia de la aplicación de medidas de ahorro, en febrero se consumieron 700 litros menos que en enero. Si en marzo se consumieron 100 litros más que el 60% de lo consumido en febrero. ¿Cuál fue el consumo de combustible por meses?
- ¿En cuántos litros se sobrepasó o se redujo el consumo de combustible en abril, con respecto al mes de marzo, si el promedio de consumo de combustible de los cuatro meses fue de 2 420 litros?
5. En la figura se muestra la pirámide ABCS regular de base triangular ABC que está inscrita en una circunferencia de centro O y radio 6,00cm.
- Todas las aristas de la pirámide miden $6\sqrt{3}$ cm,
 - D es el punto medio de \overline{AB} .
- Prueba que \overline{OD} está contenida en la mediatriz del lado \overline{AB} de la base de la pirámide.
 - Calcula el valor del volumen y el área lateral de la pirámide ABCS.



Temario IC. 2015.

1. Lee detenidamente y responde:

1.1 Clasifica las siguientes proposiciones en verdadera (V) o falsas (F). Justifica las falsas.

- a) ____ La función h definida en \mathbb{R} por la ecuación $y = |x+3|+1$ es inyectiva para las $x \geq -3$.
- b) ____ Sean los siguientes conjuntos $A = \{x \in \mathbb{R} : x > -0,5\}$ y $B = [-5; 2]$ entonces $A \cap B = \{x \in \mathbb{R} : -5 \leq x \leq 2\}$.
- c) ____ La solución de la ecuación $3^{2x} = 27$ es un número irracional.

1.2 Selecciona la respuesta correcta marcando con una X en cada caso.

1.2.1 La función f definida en \mathbb{R} por la ecuación $f(x) = (x+2)^2 - 1$ tiene como ceros:

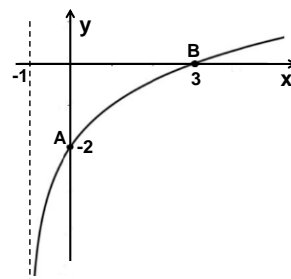
- a) ____ $x_1 = 3, x_2 = 1$ b) ____ $x_1 = -2, x_2 = -1$ c) ____ $x_1 = -3, x_2 = -1$ d) ____ $x_1 = -3, x_2 = 1$

1.2.2 En el $\triangle ABC$ la mediana relativa al lado \overline{BC} lo interseca en el punto P de coordenadas (1,5; 1). Si el punto C tiene coordenadas (0; 2), entonces las coordenadas del punto B son:

- a) ____ (1,5 ; 3) b) ____ (3 ; 0) c) ____ (0 ; 3) d) ____ (1,5 ; -1)

1.3 Completa los espacios en blanco de manera que obtengas una proposición verdadera en cada caso.

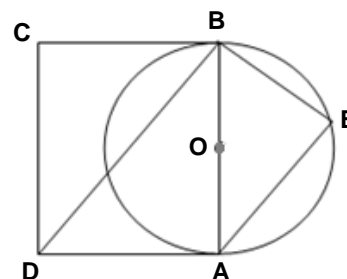
1.3.1 El gráfico corresponde a una función g cuya ecuación es de la forma $g(x) = \log_2(x+a)+b$, definida para $=\{x \in \mathbb{R} : x > -1\}$. Si los puntos A y B pertenecen al gráfico de g entonces su ecuación es _____.



1.3.2 Una fábrica produce bicicletas. El departamento de finanzas, utilizando la función costo $c(x) = 120x + 1\,600$, donde x representa el número de bicicletas que se producen, llega a determinar que el costo de producción de cinco mil bicicletas es de _____ pesos.

2. En la circunferencia de centro O y diámetro \overline{AB} , se tiene que:

- El $\triangle AEB$ inscrito en la circunferencia,
- ABCD es un rectángulo y $\overline{AE} \parallel \overline{DB}$.



a) Demuestra que los triángulos AEB y BCD son semejantes.

b) Si la longitud de la circunferencia es de 12,56 cm y $\overline{BC} = 3,0$ cm, determina el valor del perímetro del rectángulo.

c) Determina la longitud del \overline{AE} .

3. Sean las expresiones $A(x) = \log_6(4\sin^2 x - 1)$, $B(x) = \log_6(2\sin x + 1)$ y $C(x) = \cos 2x + 2\sin^2 x$:

- Determina para qué valores reales de x se cumple $A(x) - B(x) = \log_6 C(x)$ en el intervalo $0 \leq x \leq 2\pi$.
- Calcula $A(x) + 999$ para $x = \frac{5}{4}\pi$.

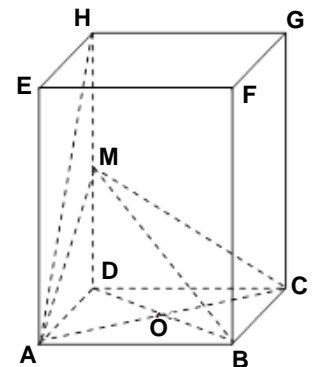
4. En un centro preuniversitario la matrícula del 12^{mo} grado es de 360 estudiantes. En el diagnóstico de intereses profesionales todos los estudiantes se ubicaron en tres grupos de carreras: Ciencias Médicas (CM), Ciencias Técnicas (CT) y Ciencias Pedagógicas (CP). Si la cantidad de estudiantes que optaron por CM excede en 228 a la cantidad de estudiantes que optaron por CT y el 20% de estos últimos a su vez representan los que optaron por CP.

- ¿Qué cantidad de estudiantes se ubicó en cada grupo de carrera?
- Si la escuela se comprometió a que 90 estudiantes optaran por CP, ¿Qué por ciento de ese compromiso le falta por cumplir?

5. La figura representa el prisma recto ABCDEFGH cuya base es el cuadrado ABCD y en su interior se encuentra la pirámide oblicua ABCDM. Además:

- O es punto de intersección de las diagonales de la base,
- M es el punto medio del \overline{HD} .

- Clasifica el triángulo AOM según la amplitud de sus ángulos.
- Si $\overline{BC} = 4,0\text{cm}$ y el $\angle HAD = 60^\circ$, ¿cuántos metros cúbicos es mayor el volumen del prisma que el volumen de la pirámide? Determina la razón entre ellos.



Temario IIC. 2015.

1. Lee detenidamente y responde.

1.1. Clasifica las siguientes proposiciones en verdadera (V) o falsa (F). Justifica las falsas.

- a) ___ La función t definida en \mathbb{R} por la ecuación $t(x) = x^n$ ($n \in \mathbb{Q}$) es impar para $n = \frac{1}{3}$.
- b) ___ Según la escala de Richter, la intensidad de un terremoto es fuerte si y solo si para su magnitud M se cumple que $6,0 \leq M \leq 6,9$. La magnitud M se determina mediante la función $M(E) = \frac{2}{3} \log_{10} \frac{E}{10^{4,40}}$, donde E representa la energía liberada por el terremoto. Si un terremoto libera una energía igual a $E = 10^{10,40}$ joule, entonces se califica como fuerte.
- c) ___ El conjunto imagen de la función s definida en \mathbb{R} por la ecuación $s(x) = x^2 + 2x - 3$ contienen solo valores no negativos.

1.2. Selecciona la respuesta correcta marcando con una X en cada caso.

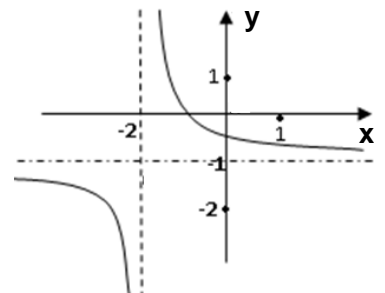
1.2.1. Sean A y B dos conjuntos tales que $A \cap B = \{-0,25; \frac{1}{3}; 3\}$, $A \setminus B = \{-1; \sqrt{5}\}$ y $B \setminus A = \{-7\}$ entonces el conjunto $A \cup B$ es:

- ___ $\{-1; -0,25; \frac{1}{3}; \sqrt{5}; 3\}$ ___ $\{-7; -0,25; \frac{1}{3}; 3\}$ ___ $\{-7; -1; -0,25; \frac{1}{3}; \sqrt{5}; 3\}$ ___ $\{-7; -1; \sqrt{5}\}$

1.2.2. Si el gráfico que se muestra corresponde a una función f definida en un subconjunto de \mathbb{R} por una ecuación de la forma

$$f(x) = \frac{1}{x+a} + b \quad (a, b \in \mathbb{R}; x \neq -a), \text{ entonces su ecuación es:}$$

- ___ $f(x) = \frac{1}{x-2} - 1$ ___ $f(x) = \frac{1}{x+2} - 1$ ___ $f(x) = \frac{1}{x+2} + 1$ ___ $f(x) = \frac{1}{x-2} + 1$

**1.3. Completa los espacios en blanco de forma tal que obtengas una proposición verdadera en cada caso.**

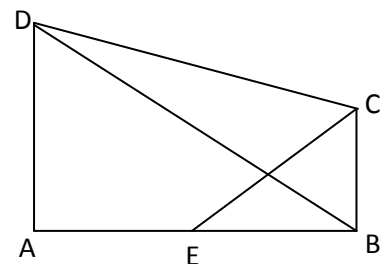
- 1.3.1. La función g definida en \mathbb{R} por la ecuación $g(x) = 0,75^x$ es monótona _____ para $0 \leq x \leq 1$.
- 1.3.2. Sean n y p rectas del plano tal que $n: x - 5y - 1 = 0$ y $n \perp p$; entonces la pendiente de la recta p es _____.

2. En la figura ABCD es un trapecio rectángulo en A de bases \overline{AD} y \overline{BC} . Además:

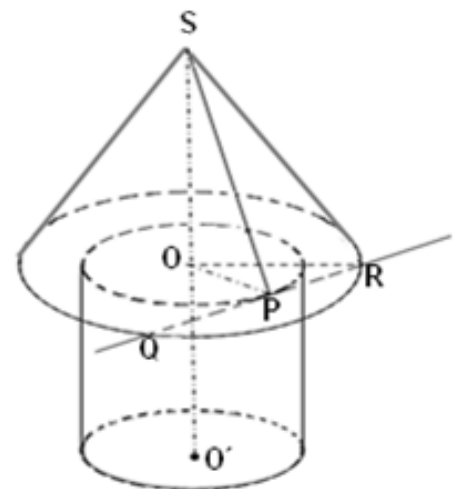
- E es el punto medio de \overline{AB} y $\overline{AD} = 2 \overline{BC}$.

a) Demuestra que $\overline{AB} \cdot \overline{EC} = \overline{EB} \cdot \overline{BD}$.

b) Si el $\angle ABD = 30^\circ$ y $\overline{BD} = 8,0$ cm, calcula el valor del área del $\triangle ABD$.



- c) Si F es el punto de intersección de \overline{EC} y \overline{BD} , calcula $\overline{EF} + \overline{FB}$.
3. Dadas las expresiones trigonométricas $P(x) = \frac{\cos 2x - 1}{\sin 2x}$ y $Q(x) = \tan x$:
- a) Demuestra que para todos los valores admisibles de la variable x se cumple $2^{P(x)} = \left(\frac{1}{2}\right)^{Q(x)}$.
- b) Determina el valor numérico de la expresión M si $M = P(x) - 5\sqrt{3}(\cos 2x)^0$ para $x = \frac{2\pi}{3}$.
4. En la Conferencia Nacional de la ANIR correspondiente al año 2014 fueron reconocidos los tres innovadores de mayor impacto económico del año, correspondientes a las provincias de Villa Clara, Santiago de Cuba y La Habana. El aporte realizado por el innovador de Santiago de Cuba excede en 49 905 pesos al aporte del innovador de Villa Clara y el innovador de la provincia La Habana aportó una cantidad igual a 20 veces al aporte del innovador de Villa Clara disminuido en 144 139 pesos. Si entre los tres innovadores aportaron 2 054 154 pesos,
- a) ¿Cuál fue el aporte de cada uno de ellos a la economía nacional?
- b) ¿Qué por ciento representa el aporte del innovador de La Habana respecto al aporte total?
5. La figura muestra un cuerpo formado por un cilindro circular recto sobre cuya base superior se ha colocado un cono circular recto de vértice S, de igual altura que el cilindro. De este cuerpo se conoce que:
- La base superior del cilindro y la base del cono son círculos concéntricos de centro O, situados en un mismo plano,
 - $\overline{OP} = 3,00\text{cm}$,
 - $\overline{OR} = 5,00\text{cm}$ son los radios de la base superior del cilindro y del cono respectivamente,
 - Las alturas del cilindro y el cono tienen igual longitud ($\overline{SO} = \overline{OO'}$),
 - S, O, O' puntos alineados,
 - Q y R puntos de la circunferencia que limita la base del cono y QR recta del plano que contiene a la base superior del cilindro y es tangente a esta en el punto P.
- a) Demuestra que $\overline{SP} \perp \overline{QR}$.
- b) Si el área lateral del cilindro es $A_L = 75,36 \text{ cm}^2$, calcula el volumen del cuerpo formado.



Temario IIIC. 2015.

1. Lee detenidamente y responde:

1.1 Clasifica las siguientes proposiciones en verdadera (V) o falsas (F). Justifica las falsas.

- a) ____ El número $-\frac{2}{3}$ pertenece al conjunto de los números racionales.
- b) ____ La función f definida en los reales por la ecuación $f(x) = x^2 - 4x$ alcanza su valor mínimo para $x = -1$.
- c) ____ La correspondencia definida de \mathbb{N} en $\mathbb{N} \setminus \{1\}$.

1.2. Selecciona la respuesta correcta marcando con una X en cada caso.

El crecimiento de más de 12 semanas se puede aproximar mediante la fórmula $L = at - 6,7$; en la cual L es la longitud en centímetro y t el tiempo en semanas, $a \in \mathbb{R}$. Mediante un ultrasonido se determinó que la longitud de un feto de 20 semanas es de 23,9 cm, entonces el valor de a es:

____ 0,86 ____ 15,3 ____ 1,53 ____ 2

1.2.1 El conjunto de valores de x para los cuales está definida la ecuación $y = -\log_3^{(1+5x)}$ es:

- a) ____ $\{x \in \mathbb{R}: 0 < x < \frac{1}{5}\}$ b) ____ $\{x \in \mathbb{R}: x > \frac{1}{5}\}$ c) ____ $\{x \in \mathbb{R}: x \geq 0\}$ d) ____ $\{x \in \mathbb{R}: x > -\frac{1}{5}\}$

1.3 Completa los espacios en blanco de manera que obtengas una proposición verdadera en cada caso.

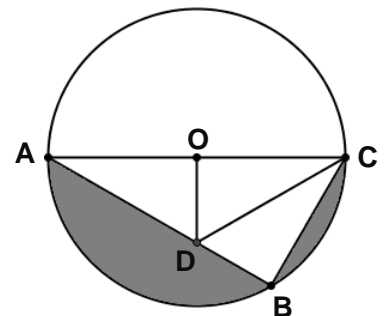
Los puntos $M(-3; 0)$, $N(2; 2)$, $P(0; 4)$ y $Q(-5; a)$ son los vértices de un paralelogramo:

- a) La ordenada del punto Q es $a =$ ____.
- b) La longitud de la diagonal \overline{MP} de dicho paralelogramo es de ____ unidades.

2. En la figura se muestra la circunferencia de centro O y diámetro \overline{AC} .

- B punto de la circunferencia y \overline{DC} bisectriz del $\angle BCA$,
- $\triangle ADC$ isósceles de base \overline{AC} ,
- A, D y B son puntos alineados.

- a) Demuestra que los triángulos DOA y DBC son iguales.
- b) Si $\overline{BC} = 6,0 \text{ cm}$, calcula el área de la región sombreada.



3. Sean las expresiones $A(x) = 7^{\tan^2 x + \cos 2x} \cdot \left(\frac{1}{49}\right)^{-\sin^2 x}$ y $B(x) = (\sqrt{7})^{\frac{2}{\cos 2x + \sin^2 x}}$:

- Demuestra que la igualdad $A(x) = B(x)$ se satisface para todos los valores admisibles de la variable x .
- Calcula el valor de la expresión $B(x)$ para $x = \frac{\pi}{6}$.

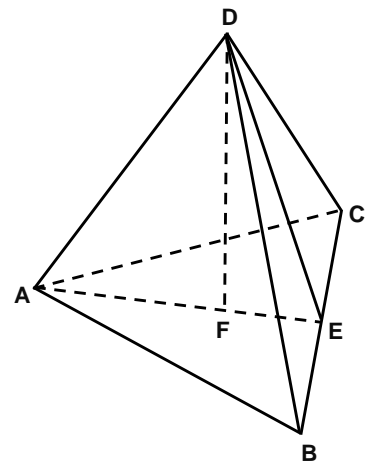
4. Una fábrica produce un total de 992 botellas en un día de trabajo. Para envasar esta producción la fábrica cuenta con cajas de dos tipos: las cajas del tipo A con capacidad para 24 botellas y las del tipo B que pueden contener hasta 10 botellas. Si se utilizan todas las cajas de los dos tipos que hay en la fábrica a su máxima capacidad, se podrían envasar el total de botellas producidas en el día aumentado en su cuarta parte. Si de las cajas del tipo B hay 12 menos que las cajas del tipo A.

- ¿De qué cantidad de cajas de cada tipo dispone la fábrica?
- ¿Cuántas botellas se fabricarían si la producción de botellas alcanzara el 112,5% con respecto a la producción total de un día de trabajo?

5. La figura muestra la pirámide recta ABCD, cuya base es el triángulo equilátero ABC y altura \overline{FD} , y la pirámide oblicua BEAD que tiene como base BEA y altura \overline{FD} . Además, se conoce que:

- Los puntos A, F y E están alineados,
- \overline{AE} es la mediatriz de \overline{BC} .

- Demuestra que el triángulo BED es rectángulo.
- Si $\overline{BE} = 2,6\text{cm}$ y $\overline{FD} = 6,0\text{cm}$, calcula el valor del volumen de la pirámide BEAD.



Temario. IC. 2016

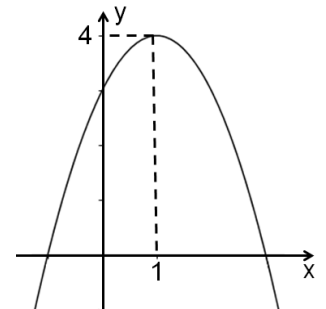
1. Lee detenidamente y responde.

1.1. Clasifica las siguientes proposiciones en verdadera (V) o falsa (F). Justifica las falsas.

- a) ☐ La diferencia de dos números naturales es siempre un número natural.
- b) ☐ La expresión $F(x) = \frac{\sqrt{x+2}}{\sqrt[3]{x}}$ está definida para todo $A = \{x \in \mathbb{R} : x \geq -2\}$.
- c) ☐ Para la función h , definida en \mathbb{R} por la ecuación $h(x) = |x - 3| + 5$, existen al menos dos valores reales distintos de x tal que h toma el mismo valor.

1.2. Selecciona la respuesta correcta marcando con una X en cada caso.

1.2.1 El gráfico corresponde a una función g definida en \mathbb{R} por una ecuación de la forma $g(x) = -(x - 1)^2 + 4$, entonces para la función g se cumple que:



- a) ☐ La función $y = g(x)$ alcanza para $x_0 = 0$ el valor $y_0 = -3$.
- b) ☐ g es monótona decreciente para todo $0 \leq x < 3$.
- c) ☐ El valor máximo de g es $y = 1$.
- d) ☐ Los ceros de g son los valores $x_1 = -1$ y $x_2 = 3$.

1.2.2 Al interceptar los conjuntos $A = \{-\frac{4}{3}; \pi; 1\}$ y $B = \{-\frac{4}{5}; -\frac{4}{3}; \pi; \pi + 1\}$ se obtiene:

- a) ☐ $A \cap B = \{-\frac{4}{5}; -\frac{4}{3}; \pi\}$ b) ☐ $A \cap B = \{-\frac{4}{3}; \pi\}$
- c) ☐ $A \cap B = \{-\frac{4}{5}; -\frac{4}{3}; \pi; \pi + 1\}$ d) ☐ Un subconjunto del conjunto de los números racionales.

1.3. Completa los espacios en blanco de forma que obtengas una proposición verdadera en cada caso:

1.3.1 La relación entre la presión atmosférica P y la altura h sobre el nivel del mar, se determina mediante la función de ecuación $P(h) = 14,7 \cdot A \cap B = \left(\frac{1}{e}\right)^{0,21 \cdot h}$, donde $e \approx 2,71$. En la medida que aumenta la altura h sobre el nivel del mar, la presión atmosférica $P(h)$ _____.

1.3.2 Dado el triángulo formado por la recta de ecuación $y = -2x + 3$ y los ejes de coordenadas, la mediana del triángulo relativa al lado que está contenido en la recta $y = -2x + 3$, interseca a la misma en el punto de coordenadas _____.

2. Sean las expresiones $P(x) = \log_5(\cot^2 x + 1) + 2\log_5 \sin 2x$ y $Q(x) = 4\cos x - 1$:

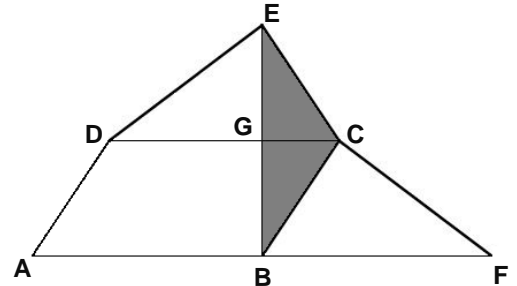
- a) Determina los valores reales de x con $0 \leq x \leq \pi$ para los cuales se cumple que $5^{P(x)} = Q(x)$.
- b) Calcula el valor de $\log_5 [Q(x) + 1]^2$ para $x = \frac{7\pi}{4}$.

3. En la figura:

- ABCD es un paralelogramo,
- El $\triangle BCE$ es isósceles de base \overline{BE} , B es el punto medio de \overline{AF} ,
- $\overline{DC} \perp \overline{BE}$ en el punto G.

a) Prueba que $\overline{DE} = \overline{CF}$.

b) Si $\overline{BE} = 3,0$ cm y el $\angle CBF = 2\angle GBC$, calcula el valor del área sombreada.



4. En una empresa dedicada a la ceba de ganado vacuno y equino, se afectaron considerablemente las condiciones para la alimentación adecuada de sus 1 750 cabezas de ganado por motivo de la sequía. Es por ello que fue necesario realizar el traslado del 10% del ganado equino y el 5% del ganado vacuno hacia otra empresa con las condiciones requeridas. Después del traslado en la empresa afectada permanecieron 1 660 cabezas de ganado.

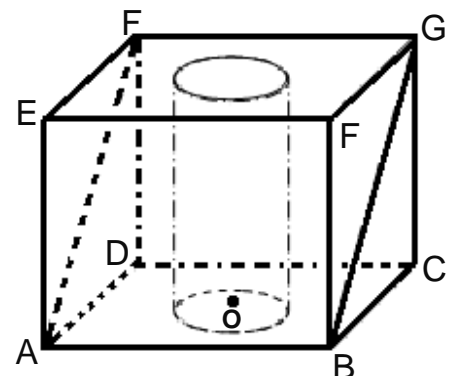
- ¿Qué cantidad de cabezas de ganado vacuno y de ganado equino existía inicialmente en la empresa afectada?
- ¿Cuántas cabezas de ganado vacuno permanecieron en esta empresa?

5. La figura muestra un cuerpo macizo en forma de prisma recto ABCDEFGH de base rectangular ABCD.

- BCGF es un cuadrado de 5,00 cm de lado,
- $\overline{AF} = 5\sqrt{10}$ cm.

a) Demuestra que el paralelogramo ABGH es un rectángulo.

b) Si en el prisma se realiza una perforación en forma de cilindro circular recto de 2,00 cm de radio y altura \overline{BF} , cuyo centro de la base coincide con el punto de intersección de las diagonales del rectángulo ABCD, calcula el valor del volumen del cuerpo resultante.



Temario. IIC. 2016

1. Lee detenidamente y responde.

1.1 Clasifica las siguientes proposiciones en verdadera (V) o falsa (F). Justifica las falsas.

a) ___ Si A y B son dos conjuntos tales que $A=\{-3; -2; -1; 0\}$ y $B=\{x \in \mathbb{R}: -3 < x \leq 0\}$, entonces $A \setminus B = \{-3\}$.

b) ___ La función g definida en $\{x \in \mathbb{R}: x > -1\}$ por la ecuación $y = \log_2(x+1)$, es monótona

creciente en todo su dominio.

c) ___ La función f definida de \mathbb{R} en $\{y \in \mathbb{R}: y \geq -1\}$ por la ecuación $y = |x-1|$, es una función par.

1.2 Selecciona la respuesta correcta marcando con una X en cada caso.

1.2.1 Dada la función h definida en \mathbb{R} por la ecuación $h(x) = \sqrt[3]{x^2 - 17} + 3$, el dominio numérico más restringido al que pertenece $h(3)$ es:

a) ___ \mathbb{R}

b) ___ \mathbb{Q}

c) ___ \mathbb{Z}

d) ___ \mathbb{N}

1.2.2 La gráfica muestra la variación de la temperatura de una sustancia durante 2 horas de observación. Su comportamiento lo describe la ecuación de la forma $T(x) = \frac{15}{t+1}$ donde T representa la temperatura en $^{\circ}\text{C}$ y t el tiempo transcurrido en horas.

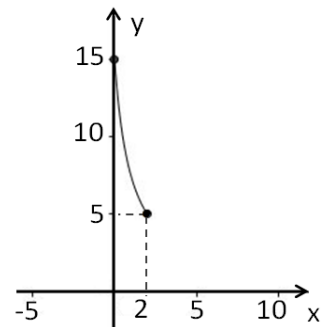
La temperatura mínima alcanzada por la sustancia durante la observación fue de:

a) ___ 2°C

b) ___ 15°C

c) ___ 5°C

d) ___ $7,5^{\circ}\text{C}$



1.3 Completa los espacios en blanco de forma que obtengas una proposición verdadera en cada caso:

Sean las rectas $r_1: y = -2x + 2$ y $r_2: kx + 2y - 1 = 0$, las ecuaciones de dos rectas del plano tales que $r_1 \perp r_2$, entonces:

a) El valor de k es _____.

b) El área del triángulo que forma la recta r_1 con los ejes de coordenadas es _____ u^2 .

2 En la figura:

• ABCD es un trapecio de bases $\overline{AB} = 3,0\text{cm}$ y $\overline{DC} = 11\text{cm}$,

• \overline{AG} es altura del trapecio ABCD,

• $\overline{EF} \parallel \overline{AD}$,

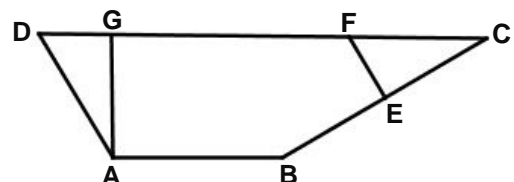
• $E \in \overline{BC}$ y $G \in \overline{DC}$,

• El $\angle DAB = 120^{\circ}$,

• El $\angle ABC = 150^{\circ}$.

a) Demuestra que el $\triangle AGD \sim \triangle FEC$.

b) Si $\overline{AD} = 4,0\text{cm}$ y $\overline{BC} = 2\overline{AG}$, calcula el valor del perímetro del cuadrilátero ABCG.



3 Dadas las expresiones trigonométricas $A(x) = \cos 2x + \sin^2 x$ y $B(x) = \cos x$:

a) Determina los valores reales de x con $0 \leq x \leq 4\pi$ para los cuales se cumple que

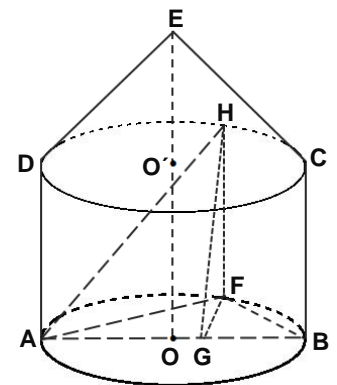
$$\left(\frac{1}{5}\right)^{A(x)} = 25 \cdot \left(\frac{1}{125}\right)^{B(x)}.$$

b) Verifica que para $x = \frac{\pi}{2}$ se cumple la igualdad $\sqrt{4^{B(x)}} - 1 = 0$.

4. En una cooperativa de Producción agropecuaria (CPA) existen 480 hectáreas de tierras dedicadas a los cultivos de frijol, maíz y hortalizas. La cantidad de hectáreas dedicadas al cultivo de hortalizas representa la sexta parte de las hectáreas dedicadas al cultivo de frijol. Al realizar un control de la preparación de las tierras, se constató que solo se había fertilizado el 80% de las hectáreas destinadas a la siembra de frijol y las dos quintas partes de la tierra destinada a la siembra de maíz, quedando por fertilizar 180 hectáreas del total de tierra dedicada a todos los cultivos. ¿Cuántas hectáreas de tierra dedicada al cultivo de frijol y cuántas al cultivo de maíz se fertilizaron hasta el momento del control?

5 Una pieza maciza está formada por un cilindro circular recto y un cono circular recto de vértice E, cuya base coincide con la base superior del cilindro, como se muestra en la figura. Además se conoce que:

- \overline{AB} es un diámetro de la circunferencia de centro O que limita la base inferior del cilindro,
- O, O' y E son puntos alineados,
- $\overline{OB} = 10 \text{ cm}$,
- $\overline{OO'}$ y $\overline{EO'}$ son las alturas del cilindro y el cono respectivamente,
- $\overline{EO'} = \frac{1}{3} \overline{OO'}$,
- $\overline{HF} \parallel \overline{OO'}$,
- \overline{GF} es la altura relativa al lado \overline{AB} en el $\triangle AFB$ inscrito en la base inferior del cilindro.



a) Prueba que el $\triangle AGH$ es rectángulo.

b) Si el volumen de la pieza es $1\,600\pi \text{ cm}^3$, determina el área total de la pieza, conociendo que el área lateral del cono es aproximadamente igual a $348,2 \text{ cm}^2$.

Temario. IIC. 2016

1. Lee detenidamente y responde.

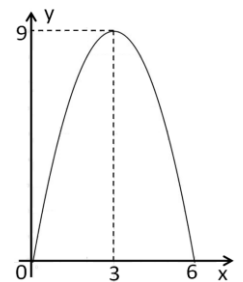
1.1 Clasifica las siguientes proposiciones en verdadera (V) o falsa (F). Justifica las falsas.

- a) ☐ Si A y B son dos conjuntos tales que $A=\{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6\}$ y $B=\{x \in \mathbb{R}: x > 0\}$, entonces $A \subset B$.
- b) ☐ La función f definida de \mathbb{R} en $\{y \in \mathbb{R}: y \geq -2\}$ por la ecuación $y=|x+1|-2$, es positiva en todo su dominio.
- c) ☐ Los valores reales de la variable x para los cuales está definida la expresión $\log(\frac{1}{x}-1)$ son las $\{x \in \mathbb{R}: 0 < x < 1\}$.

1.2 Selecciona la respuesta correcta marcando con una X en cada caso.

1.2.1 De la función g definida en $\{x \in \mathbb{R}: 0 \leq x \leq 6\}$ de ecuación $g(x) = -x^2 + bx$ cuyo gráfico se muestra a continuación, el valor del parámetro b es:

- a) ☐ $b = 6$ b) ☐ $b = 9$ c) ☐ $b = 3$ d) ☐ $b = 0$



1.2.2 Sea h una función definida de \mathbb{R} en $\{y \in \mathbb{R}: y > -1\}$, por la ecuación

$$y = \left(\frac{1}{9}\right)^{2x+4} - 1, \text{ entonces se cumple que:}$$

- a) ☐ La función h es par.
- b) ☐ Es decreciente en todo su dominio.
- c) ☐ Su gráfico interseca al eje de las abscisas en el punto (2; 0).
- d) ☐ La función no es inyectiva.

1.3 Completa los espacios en blanco de forma tal que obtengas una proposición verdadera en cada caso:

1.3.2 Los puntos P(-1; -3) y Q(5; 0) son extremos de un segmento de longitud igual a _____ unidades.

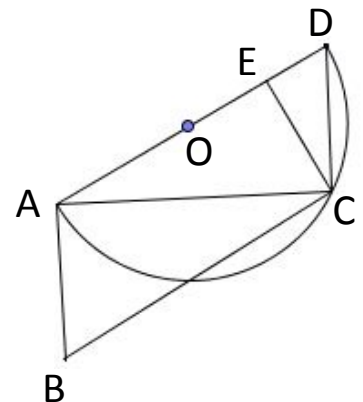
1.3.3 Un móvil A con movimiento rectilíneo uniforme se desplaza mediante la función lineal s de ecuación $s(t) = vt$. Si en 8 segundos el móvil ha recorrido 80m, la ecuación de la función es _____.

2. En la figura se muestra la semicircunferencia de centro O y diámetro \overline{AD} , C es un punto de la semicircunferencia.

- ABCD es un paralelogramo,
- $E \in \overline{OD}$,
- $\overline{AD} \perp \overline{EC}$,
- El $\angle ACE = 60^\circ$.

a) Demuestra que $\frac{\overline{DC}}{\overline{BC}} = \frac{\overline{EC}}{\overline{AC}}$.

b) Calcula el valor del perímetro del semicírculo si $\overline{AE} = 6,0 \text{ cm}$.



3. Sean las expresiones $P(x) = \frac{2^{\cos 2x}}{8^{\frac{1}{6} \sin 2x \cdot \tan x}}$ y $Q(x) = 2^{2 - \cos x}$:

- a) ¿Para qué valores de $x \in \mathbb{R}$ se cumple que $P(x) = Q(x)$ en el intervalo $0 \leq x \leq 2\pi$?
 b) Determina el dominio numérico más restringido al que pertenece el resultado de calcular $\log_2 Q\left(\frac{5\pi}{3}\right)$.

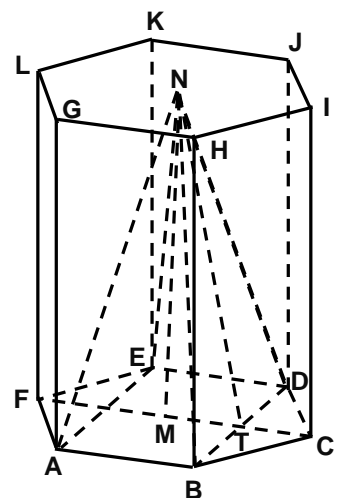
4. En el mes de agosto se efectuaron durante tres semanas seguidas trabajos voluntarios en los CDR perteneciente a un consejo popular con motivo de un aniversario más de esta organización. En la segunda semana realizaron trabajo voluntario un 20% menos de los CDR que lo hicieron en la primera semana, y en la tercera, un 20% más de los que lo realizaron en la segunda. La cantidad de CDR que hicieron trabajo voluntario en la primera semana excede en uno a la cantidad de los que lo realizaron en la tercera y cada CDR realizó solamente un trabajo voluntario.

- a) ¿Cuántos CDR realizaron trabajo voluntario en la primera semana?
 b) ¿Qué parte representa la cantidad de CDR que realizaron trabajo voluntario en la tercera semana del total de los CDR del consejo popular?

5. En la figura se muestra el prisma recto ABCDEFGHIJKL, cuyas bases son hexágonos regulares de 2,0cm de lado. Es su interior se ha inscrito una pirámide recta ABDEN de base rectangular, cuyo vértice N es el punto en que se cortan las diagonales de la base superior del prisma.

- \overline{NM} es la altura de la pirámide,
- $T = \overline{BD} \cap \overline{FC}$,
- $\overline{BD} \perp \overline{CF}$.

- a) Demuestra que \overline{NT} es la altura relativa a \overline{BD} en el $\triangle DNB$.
 b) Calcula el valor del volumen del prisma si $\overline{NT} = 7,0\text{cm}$.



Temario. IC. 2017

1. Lee detenidamente y responde.

1.1 Clasifica las siguientes proposiciones en verdadera (V) o falsa (F). Justifica las falsas.

- a) ☐ Sean A y B dos conjuntos, tal que $A \subset B$, entonces $A \cap B = \emptyset$.
- b) ☐ El conjunto imagen de la función h definida en $\{x \in \mathbb{R}: x > 0\}$ por la ecuación $h(x) = \frac{1}{x} + 2$ es $\{y \in \mathbb{R}: y \neq 2\}$.
- c) ☐ $3^{2+\log_3 4}$ se obtiene 36.

1.2 Selecciona la respuesta correcta marcando con una X en cada caso.

1.2.1 La velocidad (v) de un cuerpo en caída libre desde una altura (h) se calcula mediante la expresión $v = \sqrt{2gh}$ donde $g = 9,8m \cdot s^{-2}$. Si la velocidad que alcanza un cuerpo en caída libre es de $v = 28m \cdot s^{-1}$, entonces el cuerpo cae desde una altura de:

- a) ☐ 10m b) ☐ 40m c) ☐ 4,0m d) ☐ 20m

1.2.2 Para la función f definida en $\{x \in \mathbb{R}: x > -2\}$ por la ecuación $f(x) = \log_{\frac{1}{2}}(x+2) - 1$ se cumple

que:

- a) ☐ Es impar. c) ☐ Es monótona creciente
- b) ☐ La ecuación de la asíntota vertical es $y = -1$. d) ☐ Su cero es $x_0 = -\frac{3}{2}$.

1.3 Completa los espacios en blanco de forma tal que obtengas una proposición verdadera en cada caso:

Si O es el punto de intersección de las diagonales \overline{AC} y \overline{BD} del rectángulo ABCD con A(1; 1) y C(5; 4), entonces:

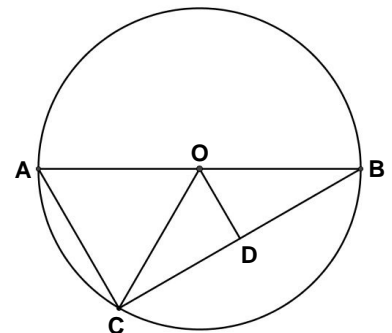
- a) El punto O tiene coordenadas _____.
- b) Las diagonales del rectángulo tienen una longitud igual a _____ unidades.

2. En la figura se muestra la circunferencia de centro O y diámetro \overline{AB} .

- C es un punto de la circunferencia,
- D es el punto medio de \overline{CB} .

a) Demuestra que $\overline{AC} = \frac{\overline{AB} \cdot \overline{OD}}{\overline{OC}}$.

b) Si el $\angle OCB = 30^\circ$, prueba que el triángulo ACO es equilátero.

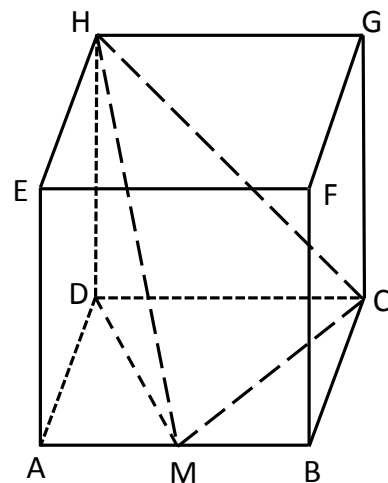


3. Dadas las expresiones trigonométricas $A(x) = 2 + \cos 2x$ y $B(x) = \cos x$:

- a) Determina los valores de $x \in \mathbb{R}$: $0 < x \leq \pi$ para los cuales se cumple que $5^{A(x)} = \frac{1}{(125)^{-B(x)}}$.
- b) Verifica que para $x = \pi$ se cumple la igualdad $\frac{A(x)}{B(x)} = -3$.

4. Al graduarse de bachiller un estudiante compró un álbum para colocar todas las fotos que tenía con sus compañeros de estudio, se conoce que en cada hoja del álbum colocó solo una foto. Cuando culminó de colocarlas observó que le quedaba el 25% de la cantidad de hojas del álbum sin fotos y además que el doble de la cantidad de fotos que tenía excedía en 24 al total de hojas del álbum. ¿Cuántas hojas del álbum quedaron sin fotos?

5. En la figura se muestra el prisma recto ABCDEFGH cuya base inferior es el rectángulo ABCD y en su interior se encuentra la pirámide oblicua DMCH de base DMC y altura \overline{HD} .
- El triángulo base de la pirámide es isósceles y rectángulo en M,
 - $M \in \overline{AB}$.
- a) Demuestra que el triángulo HMC es rectángulo.
- b) Si $\overline{MD} = 6,0\text{ cm}$, $\overline{AD} = 3\sqrt{2}\text{ cm}$ y el $\angle HMD = 60^\circ$, calcula la diferencia entre el volumen del prisma y el volumen de la pirámide.



Temario IIC. 2017

1. Lee detenidamente y responde.

1.1 Clasifica las siguientes proposiciones en verdadera (V) o falsa (F). Justifica las falsas.

- a) ___ Sean A y B dos conjuntos, tal que $x \in A$ y $A \subset B$, entonces $x \in (A \cap B)$.
- b) ___ La función g definida en \mathbb{R} por la ecuación $g(x) = -|x+2| - 3$ tiene como imagen el conjunto $\{y \in \mathbb{R} : x \geq 3\}$.
- c) ___ El conjunto \mathbb{R} de los números reales está formado por los números fraccionarios y sus opuestos.

1.2 Selecciona la respuesta correcta marcando con una X en cada caso.

1.2.1 Sea la función f que cumple con las siguientes propiedades:

- Es inyectiva,
- Es monótona creciente en todo su dominio,
- Su dominio es $\{x \in \mathbb{R}\}$.

Entonces se puede afirmar que f tiene por ecuación:

- a) ___ $f(x) = \frac{1}{x+3} - 5$ b) ___ $f(x) = \sqrt{x+3} - 5$ c) ___ $f(x) = (x+3)^3 - 5$ d) ___ $f(x) = (x+3)^2 - 5$

1.2.2 Después que una sustancia contenida en un recipiente es sometida a un proceso

químico, su volumen (V) crece exponencialmente según la fórmula $V(t) = k \cdot 2^{\frac{t}{3}}$, donde $V(t)$ es el volumen de la sustancia, k es la cantidad de sustancia contenida al iniciar el proceso y t el tiempo transcurrido durante el proceso. El recipiente se llena cuando el volumen de la sustancia es de 800cm^3 . Si inicialmente el recipiente contenía 50cm^3 de la sustancia, entonces el recipiente se llenará en:

- a) ___ 6 min. b) ___ 12min. c) ___ 24 min d) ___ 128min.

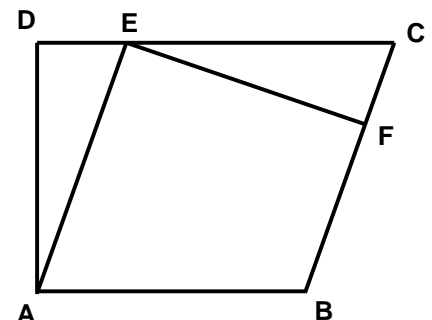
1.3 Completa los espacios en blanco de forma tal que obtengas una proposición verdadera para cada caso:

Sea $A(2; 0)$, $B(6; 2)$ y $C(1; 5)$ las coordenadas de los vértices del triángulo ABC.

- a) El punto de intersección del lado \overline{AB} con la mediana relativa a este lado tiene como coordenadas _____.
- b) La recta que pasa por el vértice C y es paralela al eje de las abscisas "x" tiene como ecuación _____.

2. En la figura:

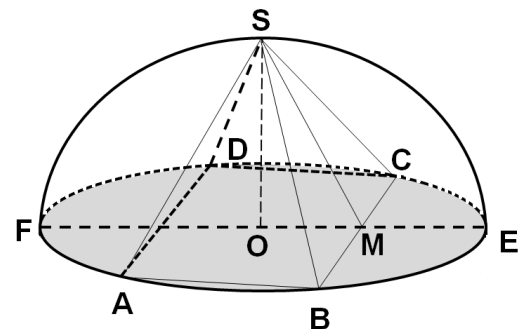
- ABCD es un trapezio rectángulo en D,
- ABCE es un rombo,
- F y E son puntos que pertenecen a \overline{BC} y \overline{DC} respectivamente,
- $\overline{EF} \perp \overline{BC}$.



a) Demuestra que $\overline{AD} = \overline{FE}$.

b) Si $\overline{AD} = 12\text{ cm}$ y $\overline{DE} = 4,5\text{ cm}$, calcula el valor del área del trapezio ABCD.

3. Dadas las expresiones trigonométricas $M(x) = \cos^2 x - \operatorname{sen} x + 1$ y $N(x) = \frac{\operatorname{sen} 2x + 4 \cos x}{2 \cos x}$:
- Prueba que para todos los valores admisibles de la variable x se cumple que $N(x) = \operatorname{sen} x + 2$.
 - Determina el conjunto solución de $\sqrt{M(x)} = N(x)$ en el intervalo $0 \leq x \leq \frac{3\pi}{2}$ con $x \in \mathbb{R}$.
4. En un centro mixto con estudiantes de secundaria básica y de preuniversitario, se desarrolló una Gala Artístico-Cultural en saludo a un aniversario más de la OPJM y la UJC. La cantidad de estudiantes de secundaria básica excedió en 60 a los que participaron por preuniversitario. En la Gala actuaron en alguna manifestación artística un séptimo de los estudiantes de secundaria básica y el 10% de los estudiantes de preuniversitario. Si en total actuaron 45 estudiantes.
- ¿Cuántos estudiantes de preuniversitario y cuántos de secundaria básica actuaron?
 - ¿Qué porcentaje de los estudiantes participantes actuaron en la Gala?
5. En la figura se muestra un cuerpo macizo de madera en forma de semiesfera al cual se le ha realizado una perforación en forma de pirámide recta cuya base es el cuadrado ABCD.
- A, B, C y D son puntos del círculo máximo de la semiesfera de centro O y diámetro \overline{FE} ,
 - S es un punto de la semiesfera tal que \overline{SO} es la altura de la pirámide,
 - $\overline{FE} \perp \overline{BC}$ en el punto M,
- Demuestra que el $\triangle SMC$ es rectángulo.
 - Calcula el valor del área total del cuerpo resultante si $\overline{AB} = 2,0 \text{ cm}$.



Temario IIIC. 2017

1. Lee detenidamente y responde:

1.1. Clasifica las siguientes proposiciones en verdaderas (V) o falsas (F). Justifica las falsas.

- a) ___ Los números irracionales se representan por expresiones decimales infinitas no periódicas.
- b) ___ Sean M y N dos conjuntos tales que $M = \{x \in \mathbb{R} : x < \frac{3}{4}\}$ y $N = \{x \in \mathbb{R} : -\sqrt{2} \leq x \leq 3\}$, entonces $M \setminus N = \{x \in \mathbb{R} : \frac{3}{4} \leq x \leq 3\} \mathbb{R}$.
- c) ___ La función f definida en \mathbb{R} por la expresión $f(x) = x^3$, es par.

1.2. Selecciona la respuesta correcta marcando con una X en cada caso.

1.2.1. Sea la función h definida en $\{x \in \mathbb{R} : x \geq -4\}$ por la ecuación $h(x) = \sqrt{x+4} + 1$, entonces para la función h se cumple que:

- a) ___ No es inyectiva
- b) ___ Su gráfico interseca al eje de las ordenadas en el punto (3; 0)
- c) ___ La ecuación de su inversa es $h^{-1}(x) = (x-1)^2 - 4$
- d) ___ Es decreciente en todo su dominio.

1.2.2. La población de una especie en extinción que se reduce a la mitad cada año se calcula

por la fórmula $P(t) = M \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^t$, donde $P(t)$ es la población actual, M la población inicial y t es el tiempo en años. Si al cabo de 5 años quedan 12 ejemplares, entonces la población inicial es:

- a) ___ 384 b) ___ 7 736 c) ___ 30 d) ___ 112

1.3. Completa los espacios en blanco de forma que obtengas una proposición verdadera en cada caso.

1.3.1. Una ecuación de la recta que pasa por el punto $A(0; 4)$ y tiene un ángulo de inclinación de 45° con el eje de las abscisas es _____.

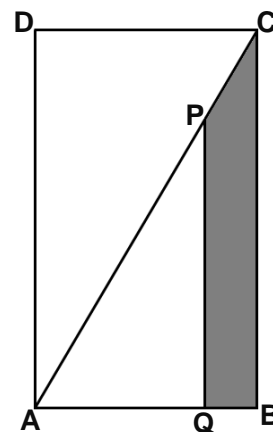
1.3.2. El área de un triángulo limitado por la recta anterior y los ejes de coordenadas es de _____ u^2 .

2. En la figura se tiene que:

- ABCD es un rectángulo,
- \overline{PQ} es la distancia del punto P al lado \overline{AB} .

a) Demuestra que $\triangle CDA \sim \triangle AQP$.

b) Calcula el valor del perímetro de la región sombreada si se conoce que $\overline{AC} = 16\sqrt{3} \text{ cm}$, $\overline{BC} = 24 \text{ cm}$, $\overline{QB} = 2\sqrt{3} \text{ cm}$, $\overline{AP} = \frac{3}{4}\overline{AC}$ y el $\angle QPA = 30^\circ$.



3. Dadas las expresiones definidas para todos los valores reales admisibles de la variable x por

$$A(x) = \log_2 \tan x + \log_2 \operatorname{sen} 2x \text{ y } B(x) = \log_2 (\operatorname{sen} x + 1):$$

- Determina el conjunto solución de la ecuación $A(x) = B(x)$ en el intervalo $0 \leq x \leq \frac{3\pi}{2}$.
- Calcula el valor de la expresión $2^{B(x)}$ para $x = \pi$.

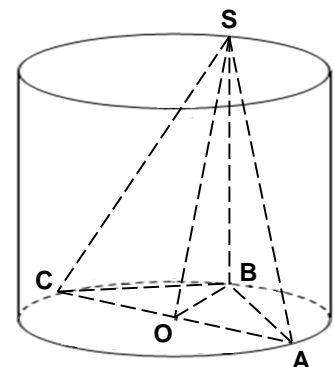
4. En un almacén de productos alimenticios existen 4 400 kg de azúcar envasados en sacos de tres tipos, los sacos del tipo A con un peso de 40 kg, los del tipo B de 50 kg y los del tipo C de 60 kg. El duplo de la cantidad de los sacos del tipo C excede en 10 a los del tipo A y los del tipo B representan el 80% de la cantidad de los del tipo A y C juntos. ¿Cuántos sacos de azúcar de cada tipo existen en el almacén?

5. En la figura aparece representada una pieza maciza en forma de cilindro circular recto cuya base inferior es el círculo de centro O y diámetro \overline{AC} . En la misma se talla una pirámide cuya base es el triángulo isósceles ABC de base \overline{AC} y su altura \overline{SB} es igual a la altura del cilindro. Si además se conoce que:

- B es un punto de la circunferencia de la base inferior del cilindro,
- El $\angle SOB = 60^\circ$,
- La longitud de la circunferencia de la base inferior del cilindro es $L = 31,4$ cm.

a) Demuestra que el $\triangle COS$ es rectángulo.

b) Calcula el valor del volumen del material desperdiciado al tallar la pieza en forma de pirámide $ABCS$.



Temario IC. 2018

1. Lee detenidamente y responde.

1.2 Clasifica las siguientes proposiciones en verdadera (V) o falsa (F). Justifica las falsas.

- a) ___ Sean A y B dos conjuntos no vacíos tal que, $x \in A$ y $x \in (A/B)$, entonces $x \in B$.
- b) ___ La función f definida en $\{x \in \mathbb{R}: x > 3\}$ por la ecuación $f(x) = \log(x-3)$, es inyectiva.
- c) ___ Sea la función g definida en $\{x \in \mathbb{R}: x \neq 5\}$ por la ecuación $g(x) = \frac{1}{x-5} - 2$, entonces se puede afirmar que $x = -5$ es la asíntota vertical del gráfico de la función g.

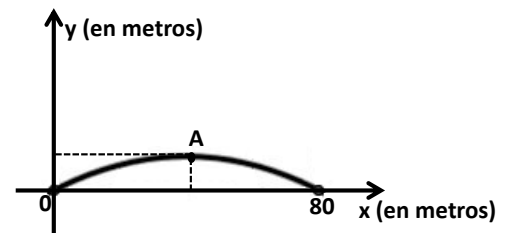
1.2 Selecciona la respuesta correcta marcando con una X en cada caso.

1.2.1 Los valores reales de x que indefinen la fracción $\frac{\cos x}{2\sin x - 1}$ son:

- a) ___ $x = k\pi, k \in \mathbb{Z}$
- b) ___ $x = \frac{\pi}{3} + 2k\pi; x = \frac{2\pi}{3} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$
- c) ___ $x = \frac{\pi}{6} + 2k\pi; x = \frac{5\pi}{6} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$
- d) ___ $x = \frac{\pi}{6} + 2k\pi; x = \frac{11\pi}{6} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$

1.2.2 En la figura se muestra el arco que describe un puente elevado que tiene forma de parábola cuya ecuación es $y = \frac{1}{2}x - \frac{1}{160}x^2$. Si la altura máxima del puente la alcanza en el punto A, entonces su altura es igual a:

- a) ___ 5 metros
- b) ___ 10 metros
- c) ___ 40 metros
- d) ___ 80 metros

**1.3 Completa los espacios en blanco de forma que obtengas una proposición verdadera en cada caso.**

Sean A(-4; 1), B(1; -1), C(3; 1) y D(-2; 3) las coordenadas de los vértices consecutivos del paralelogramo ABCD:

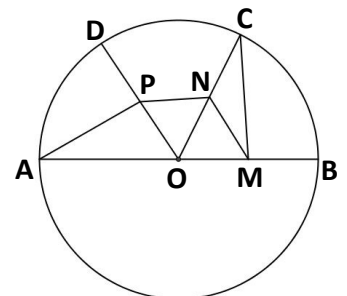
- a) La diagonal \overline{BD} tiene una longitud igual a ___ unidades.
- b) La recta que contiene la diagonal \overline{AC} tiene como ecuación _____.

2. En la figura se muestra la circunferencia de centro en O y diámetro \overline{AB} , además se conoce que:

- M, N y P son puntos de los radios \overline{OB} , \overline{OC} y \overline{OD} respectivamente,
- OMNP es un rombo,
- Los arcos AD y BC son iguales.

a) Demuestra que $\overline{AP} = \overline{MC}$.

b) Si el perímetro del rombo OMNP es igual a 12cm, $\overline{AP} \perp \overline{OD}$ y el $\angle PAO = 30^\circ$, calcula la longitud de la circunferencia.



3. Dadas las expresiones $A(x) = \sqrt{2x+3}$ y $B(x) = 2-x$:

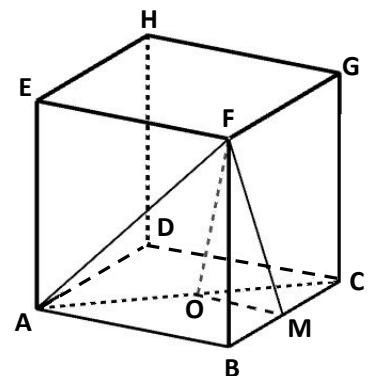
- Determina el conjunto solución de la ecuación $16 \cdot 2^{A(x)} = \left(\frac{1}{2}\right)^{B(x)}$.
- Calcula el valor numérico de $\log_3 A(x)$ para $x = \cos 3\pi$.

4. En un concurso de Matemática y Física realizado en un municipio, participaron cierta cantidad de estudiantes. Los tres octavos del total de participantes fueron en Matemática y el resto en Física. Si el doble de la cantidad de participantes en Matemática excede en 28 al 50% de los que participaron en Física. ¿Cuántos estudiantes participaron en el concurso entre las dos asignaturas?

5. La figura muestra una pieza maciza en forma de cubo ABCDEFGH y en su interior la pirámide oblicua ABMOF cuya base es el trapecio ABMO rectángulo en M y tiene como altura la arista \overline{BF} del cubo, además se conoce que:

- El área total del cubo es igual a 384 cm^2 ,
- O y M son los puntos medios de \overline{AC} y \overline{BC} respectivamente.

- Demuestra que el triángulo FMO es rectángulo en M.
- Calcula el valor del volumen del cuerpo que resulta después de extraer del cubo la pirámide.

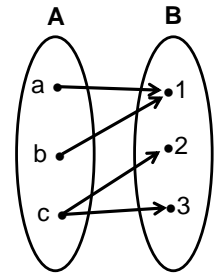


Temario IIC. 2018

1. Lee detenidamente y responde.

1.1 Clasifica las siguientes proposiciones en verdadera (V) o falsa (F). Justifica las falsas.

- a) ☐ El conjunto solución de la inecuación $3^{x^2-1} > 1$ es $\{x \in \mathbb{R}: -1 < x < 1\}$.
- b) ☐ El diagrama que se muestra a continuación corresponde a una función definida de A en B.
- c) ☐ Si los puntos M, N y L están en un mismo plano y se sabe que la pendiente de la recta MN es $\frac{1}{2}$, entonces el valor de la pendiente de la recta NL para que los puntos M, N y L estén alineados es $\frac{1}{2}$.

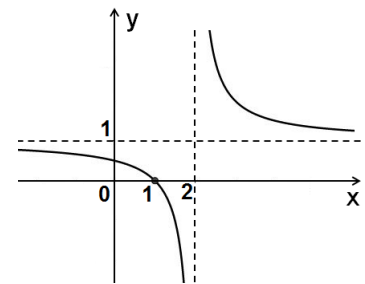


1.2 Selecciona la respuesta correcta marcando con una X en cada caso.

1.2.1 El gráfico que se muestra a continuación corresponde a la función f de la forma

$$y = \frac{1}{x+a} + b \text{ de la que se puede afirmar que:}$$

- ☐ no es inyectiva.
- ☐ es monótona creciente para $x < 2$.
- ☐ tiene como ecuación $y = \frac{1}{x-2} + 1$.
- ☐ es impar.



1.2.2 Al ordenar descendientemente el valor de las variables

$$x = \log 0,001, y = \sin 120^\circ \text{ y } z = \sqrt[3]{\sqrt{64}} \text{ se obtiene que:}$$

- a) ☐ $y > z > x$ b) ☐ $x > y > z$ c) ☐ $y > x > z$ d) ☐ $z > y > x$

1.3 Completa los espacios en blanco de forma que obtengas una proposición verdadera en cada caso.

1.3.1 Se tienen tres puntos en un plano A(6; 2), B(4; 5) y C(x; 8). El valor que debe tomar x para que el punto B sea el punto medio del \overline{AC} es _____.

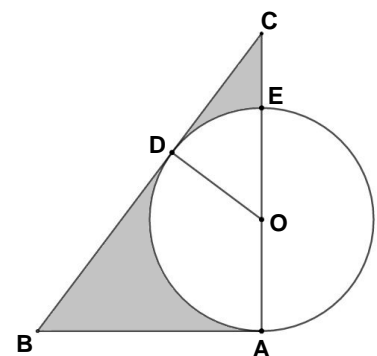
1.3.2 La longitud L de un cable suspendido a una misma altura entre dos postes está dado por la fórmula $L = \frac{8d^2}{3s} + s$, donde d es la caída del cable en el centro en metros (m) y s es la distancia en metros entre los postes. Si un cable de 25m se suspende en el aire entre dos postes y la distancia entre ellos es de 24 m, entonces la caída del cable en el centro es de _____ m.

2. En la figura se muestra la circunferencia de centro O y radio \overline{OD} . Se conoce que:

- \overline{AB} y \overline{BC} son tangentes a la circunferencia en los puntos A y D respectivamente,
- A, O y C son puntos alineados,
- \overline{CO} interseca a la circunferencia en el punto E.

a) Prueba que $\frac{\overline{AB}}{\overline{DC}} = \frac{\overline{OD} \cdot \overline{AC}}{\overline{DC}}$.

b) Calcula el valor del área sombreada si se conoce que $\overline{DC} = 4,0$ cm y $\overline{OC} = 5,0$ cm.



3. Sean las funciones trigonométricas f y g dadas las ecuaciones $f(x)=\text{sen}x$ y $g(x)=\text{cos}x$:

a) Demuestra que para todos los valores admisibles de la variable x se cumple que

$$\left[\frac{f(x)+g(x)}{\sqrt{2}} \right]^2 = \frac{\text{sen}2x+1}{2}.$$

b) Determina el conjunto solución de la ecuación $g(2x) = \frac{f(2x)}{2g(x)}$.

4. A una brigada médica, integrada por estudiantes de 4to año de una facultad de medicina, le asignaron visitar varias viviendas de una localidad. Los estudiantes más destacados en la tarea fueron Dalila y Javier, la cantidad de viviendas asignadas a Dalila excedió en diez a la cantidad de viviendas asignadas a Javier. En la jornada de la mañana Dalila había visitado un tercio de la cantidad de viviendas que le fueron asignadas y Javier solo cinco viviendas de las asignadas. Si en la sesión de la tarde lograron visitar entre ambos las 15 viviendas que le faltaban para completar la tarea.

a) ¿Cuántas viviendas visitó Dalila en la jornada de la mañana?

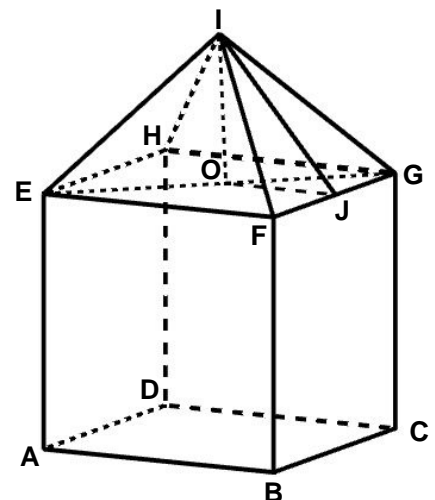
b) ¿Qué tanto por ciento del total de viviendas asignadas a estos dos estudiantes les faltaba por visitar en la jornada de la tarde?

5. En la figura se ha representado un cuerpo macizo formado por un prisma recto cuyas bases tienen forma de paralelogramo y una pirámide recta superpuesta en la base superior de dicho prisma donde coinciden sus bases. Además, se conoce que:

- O es el punto de intersección de las diagonales de la base superior del prisma,
- $\overline{IO}(h)$ es la altura de la pirámide,
- $\overline{IJ} \perp \overline{FG}$,
- $\overline{OJ} \parallel \overline{EF}$,
- $\overline{EF} = \overline{FG}$.

a) Demuestra que el paralelogramo $EFGH$ es un cuadrado.

b) Si el $\angle OJ I = 60^\circ$, $\overline{IJ} = 4,0$ cm y $h_{\text{prisma}} = 2h_{\text{pirámide}}$, calcula el valor del área lateral del cuerpo representado.



Temario IIIC. 2018

1. Lee detenidamente y responde.

1.1 Clasifica las siguientes proposiciones en verdadera (V) o falsa (F). Justifica las falsas.

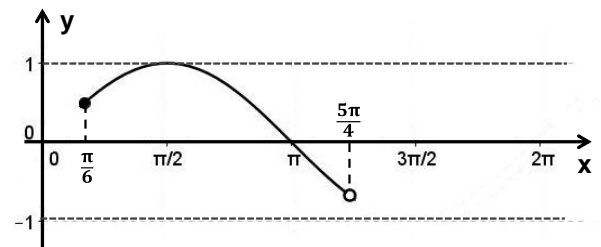
- a) ____ La correspondencia definida de \mathbb{R} en \mathbb{R} donde a cada número real x se le hace corresponder la $\tan x$ es una función.
- b) ____ La imagen de la función de ecuación $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x - 1$ es $\{y \in \mathbb{R}: y > -1\}$.
- c) ____ $\{\sqrt{3}\} \in \mathbb{R}$.

1.2 Selecciona la respuesta correcta marcando con una X en cada caso.

1.2.1 El gráfico que se muestra a continuación corresponde a una función trigonométrica definida en un intervalo real.

De esta se puede afirmar que:

- ____ Es inyectiva.
- ____ No tiene ceros.
- ____ Es monótona decreciente en todo su dominio.
- ____ El dominio es $\{x \in \mathbb{R}: \frac{\pi}{6} \leq x < \frac{5\pi}{4}\}$.



1.2.2 El valor real de α para que las rectas de ecuaciones: $r_1: y = \alpha^3 x - 1$ y $r_2: 8x - y + 3 = 0$ sean paralelas es:

- a) ____ -2 b) ____ $-\frac{1}{2}$ c) ____ 2 d) ____ $\frac{1}{2}$

1.3 Completa los espacios en blanco de forma que obtengas una proposición verdadera en cada caso:

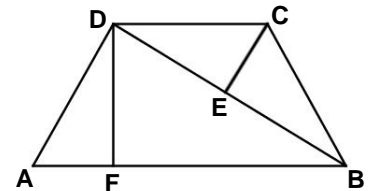
1.3.1 El período para una oscilación completa de un péndulo está dada por la fórmula

$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$ donde el período T es el tiempo en segundos, l es la longitud en metros del péndulo y g ($g \approx 10 \text{ m/s}^2$), la aceleración de la gravedad. La longitud de un péndulo que da una oscilación completa de un segundo es _____.

1.3.2 En el triángulo MNP, una ecuación cartesiana de la recta MN es $3x + 4y - 4 = 0$ y el punto P tiene coordenadas (2; 7), por tanto podemos afirmar que la longitud de la altura relativa al lado \overline{MN} es ____ u.

2. En el trapecio isósceles ABCD, de bases \overline{AB} y \overline{DC} que se muestra en la figura se tiene que:

- $\overline{CE} \perp \overline{BD}$,
- \overline{DF} es la altura del trapecio,
- $\angle BCE = \angle ABC$,
- $\triangle BCD$ es isósceles de base \overline{DB} .



a) Demuestra que $\triangle AFD = \triangle CEB$.

b) Si se conoce que el $\angle FBD = 30^\circ$, $\overline{DB} = 6,0 \text{ cm}$ y $\overline{AD} = 2\sqrt{3} \text{ cm}$, calcula el valor del perímetro del trapecio.

3. ¿Para qué valores de $x \in \mathbb{R}$ se cumple que $\log_2 \left(3^{x^2-5x-2} \right) - \log_2 \left(\frac{1}{9} \right)^{x+2} = 0$?

4. En un grupo de duodécimo grado, fueron propuestos los estudiantes José, Alicia y Damaris para el cargo de presidente de grupo. Después de finalizadas las votaciones y realizado el conteo de las boletas, se verificó que ninguna boleta fue anulada, que José alcanzó el 40 por ciento del total de votos, que Damaris alcanzó la mitad de los votos alcanzados por José y que Alicia alcanzó 7 votos más que Damaris. ¿Cuántos estudiantes efectuaron el voto en dicho grupo?

5. La figura muestra un cuerpo formado por un cilindro circular recto superpuesto sobre el círculo máximo de la semiesfera. Además, se conoce que:

- El punto C pertenece a la generatriz \overline{BE} del cilindro,
- El punto D pertenece a la circunferencia de centro O de la base inferior del cilindro y \overline{AB} es uno de sus diámetros,
- ABEF es un cuadrado.

a) Demuestra que el triángulo ADC es rectángulo en D.

b) Si el área lateral del cilindro es 314 cm^2 , calcula el valor del volumen del cuerpo.

